Bài 1 SỰ ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1) Định lí

Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K.

- Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.
- Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K.
- Nếu $f'(x)=0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ không đổi trên K.

Chú ý: Khoảng K trong định lí trên có thể được thay bởi một đoạn hoặc một một nửa khoảng. Khi đó phải bổ sung thêm giả thiết " Hàm số liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó ". Chẳng hạn: Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm $f'(x)>0$ trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$.

2) Định lí mở rộng

Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K . Nếu $f'(x)\ge 0$ với mọi $x\in$ K (hoặc $f'(x)\le 0$ với mọi $x\in$ K) và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K thì hàm số $f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên K.

Chú ý: Tuy nhiên một số hàm số có $f'(x)=0$ tại vô hạn điểm nhưng các điểm rời rạc thì hàm số vẫn đơn điệu. Ví dụ: Xét hàm số $y=2x-\sin 2x$.

Ta có $y'=2-2\cos 2x=2(1-\cos 2x)\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

$y'=0\Leftrightarrow 1-\cos 2x=0\Leftrightarrow x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$ có vô hạn điểm làm cho $y'=0$ nhưng các điểm đó rời rạc nên hàm số $y=2x-\sin 2x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Phương pháp .

B1.Tìm tập xác định của hàm số f

B2. Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm x_0 sao cho $f'(x_0)=0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định .

B3. Lập bảng xét dấu $f'(x)$,dựa vào định lí 1 ,nêu kết luận về các khoảng đồng biến , nghịch biến của hàm số .

B4. Kết luận.

B. VÍ DỤ :

Bài 1: Tìm các khoảng đồng biến , nghịch biến của hàm số:

1. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ **2.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$

2. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ **4.** $y=\dfrac{3x+1}{2+4x}$

Bài 2: Tìm các khoảng đồng biến , nghịch biến của hàm số:

1. $y = \dfrac{x^2 + 4x + 4}{x + 1}$

2. $y = \dfrac{4x^2 + 5x + 5}{x + 1}$

3. $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

4. $y = \dfrac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$

Bài 3: Tìm các khoảng đồng biến , nghịch biến của hàm số:

1. $y = \ x^3 - 3x^2 + 2$

2. $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + 2x + 4$

3. $y = \dfrac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$

4. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

5. $y = \ -x^3 - 3x^2 + 24x + 26$

Bài 4: Tìm các khoảng đồng biến , nghịch biến của hàm số:

1. $y = -2x^4 + 4x^2$

2. $y = x^4 - 6x^2 + 8x - 1$

3. $y = -\dfrac{1}{4}x^4 - \dfrac{3}{2}x^2 + 1$

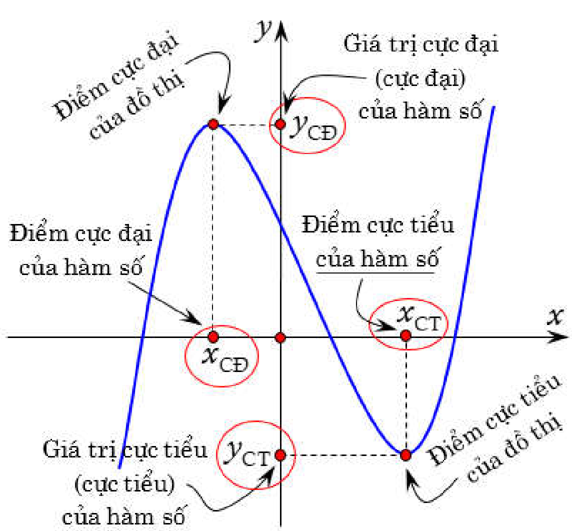
4. $y = -\dfrac{1}{4}x^4 + x^3 - 4x + 1$

Bài 2 CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

> Giả sử hàm số f xác định trên tập hợp D $\left(\mathsf{D} \subset \mathbb{R}\right)$ và $x_0 \in \mathsf{D}$.
>
> a) x_0 được gọi là một **điểm cực đại** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a;b) \subset \mathsf{D}$ và
>
> $$f(x) < f(x_0) \text{ với mọi } x \in (a;b) \setminus \{x_0\}.$$
>
> Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số f.
>
> b) x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a;b) \subset \mathsf{D}$ và
>
> $$f(x) > f(x_0) \text{ với mọi } x \in (a;b) \setminus \{x_0\}.$$
>
> Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số f.
>
> Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị**.
> Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **cực trị**.



CHÚ Ý

- Giá trị cực đại (cực tiểu) $f(x_0)$ của hàm số f nói chung không phải là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên tập hợp $\mathbb{D}$; $f(x_0)$ chỉ là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên khoảng $(a;b)$ nào đó chứa điểm chứa x_0.
- Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số f thì người ta nói rằng hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0 và điểm có tọa độ $(x_0;f(x_0))$ được gọi là **điểm cực trị của đồ thị hàm số** f.
- Dễ dàng chứng minh được rằng, nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ và đạt cực đại hoặc cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

2. Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị

ĐỊNH LÍ 1

Giả sử hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0. Khi đó, nếu f có đạo hàm tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

3. Điều kiện đủ để hàm số đạt cực trị

ĐỊNH LÍ 2

Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó

a) Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)>0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_0.

b) Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_0.

ĐỊNH LÍ 3

Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp một trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0, $f'(x_0)=0$ và f có đạo hàm cấp hai khác 0 tại điểm x_0.

a) Nếu $f''(x_0)<0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_0.

b) Nếu $f''(x_0)>0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_0.

4. Quy tắc tìm cực trị

QUY TẮC 1

1. Tìm tập xác định. Tính $f'(x)$.

2. Tìm các điểm tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không xác định.

3. Lập bảng biến thiên

4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị

QUY TẮC 2

1. Tìm tập xác định. Tính $f'(x)$.

2. Tìm các nghiệm x_i $(i=1,2,3...)$ của phương trình $f'(x)=0$.

3. Tìm $f''(x)$ và tính $f''(x_i)$.

Nếu $f''(x_i)<0$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_i.

Nếu $f''(x_i)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_i.

B. VÍ DỤ:

Bài 1: Tìm cực trị (nếu có) của hàm số sau: $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$

Bài 2: Tìm cực trị (nếu có) của các hàm số sau:

1. $y=-x^3-1,5x^2+6x+1$ **2.** $y=x^3+3x^2+3x+5$

3. $y=\dfrac{x^3}{3}-3.\dfrac{x^2}{2}+2x+4$

Bài 3: Tìm cực trị (nếu có) của các hàm số sau:

1. $y=-x^4+2x^2+1$ **2.** $y=-x^4-2x^2+1$

3. $y=-0,25.x^4+x^3-4x+1$ **4.** $y=-x^4+6x^2-8x+1$

Bài 3 GIÁ TRỊ LỚN NHẤT- GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D.

a) Số M được gọi là giá trị lớn nhất (GTLN) của hàm số $y=f(x)$ trên tập D nếu $f(x)\le M$ với mọi x thuộc D và tồn tại $x_0\in\mathsf{D}$ sao cho $f(x_0)=M$.

Kí hiệu: $M=\max\limits_{\mathsf{D}} f(x)$.

b) Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số $y=f(x)$ trên tập D nếu $f(x)\ge m$ với mọi x thuộc D và tồn tại $x_0\in\mathsf{D}$ sao cho $f(x_0)=m$.

Kí hiệu: $m=\min\limits_{\mathsf{D}} f(x)$.

2. Định lý

Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

3. Quy tắc tìm GTLN - GTNN của hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$

1. Tìm các điểm $x_1,x_2,...,x_n$ trên $(a;b)$ mà tại đó $f'(x)=0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
2. Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), f(b)$.
3. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có

$$M=\max_{[a;b]} f(x) \text{ và } m=\min_{[a;b]} f(x).$$

B. VÍ DỤ:

Bài 1: Tìm GTLN - GTNN của hàm số:

$y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$

Bài 2: Cho hàm số $y=x^2-2x+3$. GTNN m của hàm số trên R là

A. $m=1$ B. $m=0$ C. $m=2$ D. $m=3$

Bài 3: Tìm Tìm GTLN – GTNN của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;\sqrt{3}]$;

Bài 4: Cho hàm số $y=f(x)=x^4-x^2+13$. GTLN M của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ là

A. $M=25$ B. $M=13$ C. $M=\dfrac{51}{4}$ D. $M=15$

Bài 5: Tìm GTLN - GTNN của hàm số: $y = x + \dfrac{4}{x} \ \left(x > 0 \right)$

Bài 6: Tìm GTLN - GTNN của hàm số $y = x - 5 + \dfrac{9}{x+1}$ trên đoạn $\left[1;4 \right]$

Bài 7: Tìm GTLN - GTNN của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + x + 20}$

Bài 8: Tìm GTLN - GTNN của hàm số $y = \sqrt{2}\cos 2x + 4\sin x$

Bài 9: Tìm GTLN - GTNN của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2} + x$

Bài 10: Tìm GTLN - GTNN của hàm số $y = \sqrt{3 + x} + \sqrt{6 - x}$

C. Bài 4

ĐƯỜNG TIỆM CẬN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

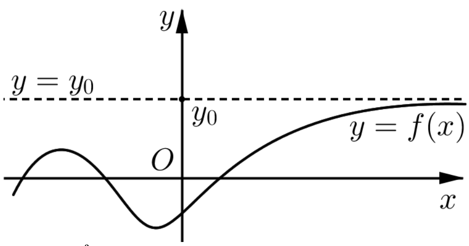
1. Khái niệm

> Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C). Điểm $M\in(\mathrm{C})$, MH là khoảng cách từ M đến đường thẳng d. Đường thẳng d gọi là tiệm cận của đồ thị hàm số nếu khoảng cách MH dần về 0 khi $|x|\to+\infty$ hoặc $|x|\to x_0$.

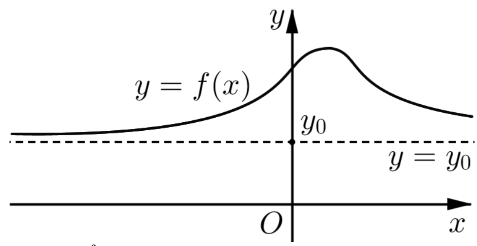
2. Tiệm cận ngang

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty)$, $(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$). Đường thẳng $y=y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=y_0;\quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=y_0.$$



Đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x\to+\infty$).

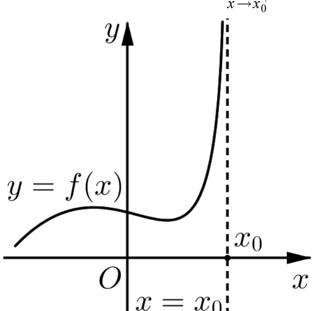


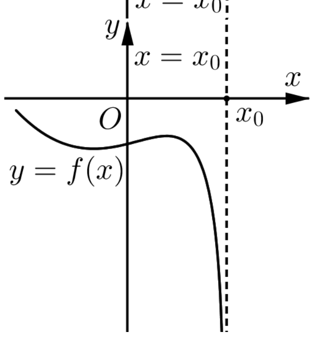
Đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x\to-\infty$).

3. Tiệm cận đứng

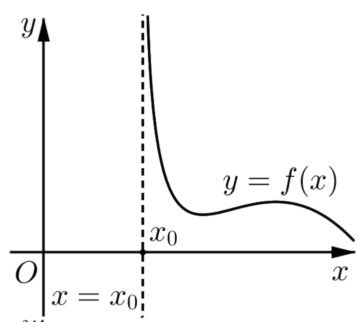
Đường thẳng $x=x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

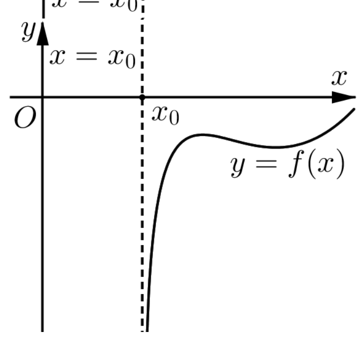
$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty,\quad \lim_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty,$$
$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty,\quad \lim_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty.$$





Đường thẳng $x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x\to x_0^-$).





Đường thẳng $x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị

thị (khi $x \to x_0^+$).

B. VÍ DỤ

Bài 1: Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau :

1. $y = \dfrac{3x+2}{x-2}$ **2.** $y = \dfrac{-2x-5}{3x+1}$

Bài 2: Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau :

1. $y = x+1-\dfrac{1}{x-5}$ **2.** $y = \dfrac{2x^2-6x+1}{3x+1}$

Bài 3: Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau :

1. $y = \dfrac{2x+3}{x^2-4}$ **2.** $y = \dfrac{4x}{x^2+8}$

Bài 4: Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau :

1. $y = \dfrac{2x-4}{x^3+1}+2x-3$ **2.** $y = \dfrac{x^3+2}{x^2-2x}$

Bài 5: Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau :

1. $y = \dfrac{2x^3-x+4}{x^2-4}$ **2.** $y = \dfrac{x^2+x+2}{x^2-2x+3}$

Bài 6: Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau :

1. $y = x+4+\sqrt{x^2-3x+2}$

2. $y = 3x+\sqrt{x^2+4}$

3. $y = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+3}}$

Bài 5 KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tập xác định

Tìm tập xác định của hàm số.

2. Sự biến thiên

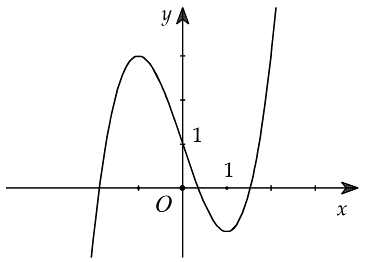
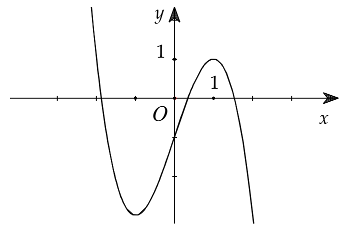
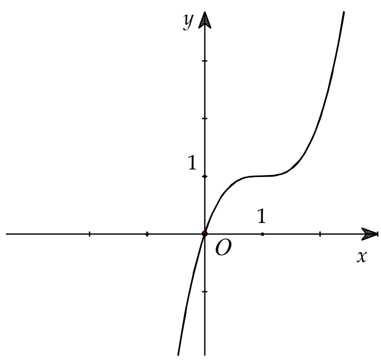
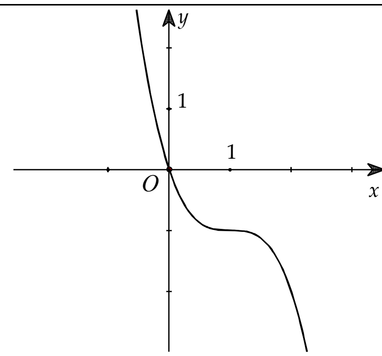
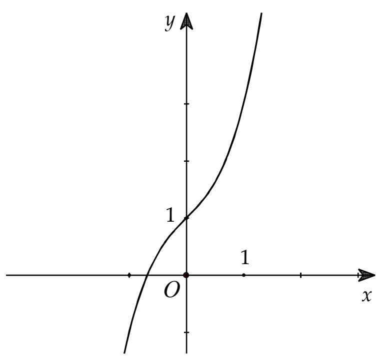
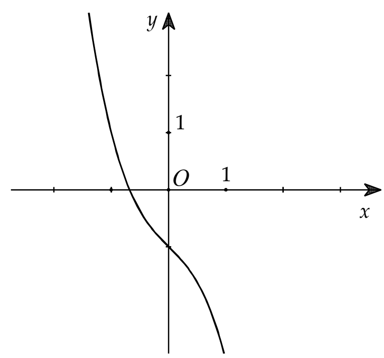
- Xét chiều biến thiên của hàm số:
  + Tính đạo hàm;
  + Tìm các điểm tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định;
  + Xét dấu đạo hàm và suy ra chiều biến thiên của hàm số.
- Tìm điểm cực trị.
- Tìm các giới hạn tại vô cực, các giới hạn vô cực và tìm tiệm cận (nếu có).
- Lập bảng biến thiên.

3. Đồ thị

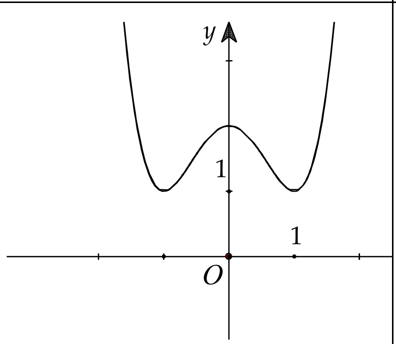
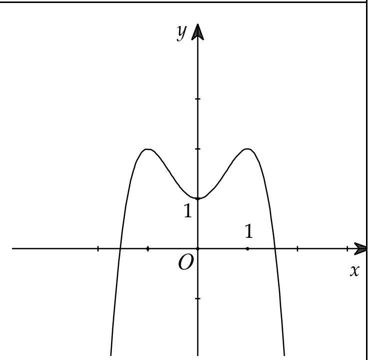
Dựa vào bảng biến thiên và các yếu tố xác định ở trên để vẽ đồ thị.

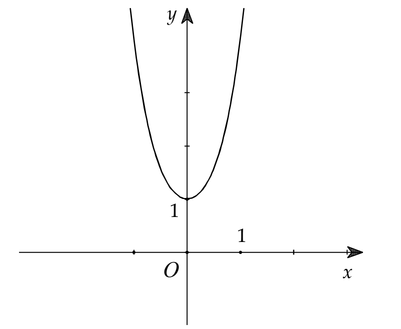
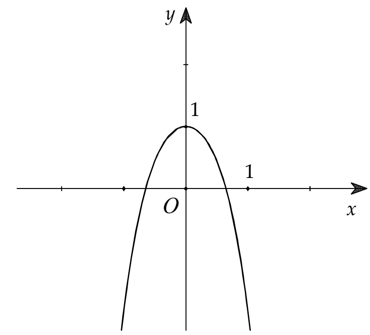
4. Dạng đồ thị cơ bản:

Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$

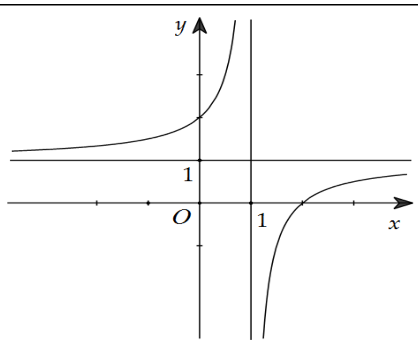
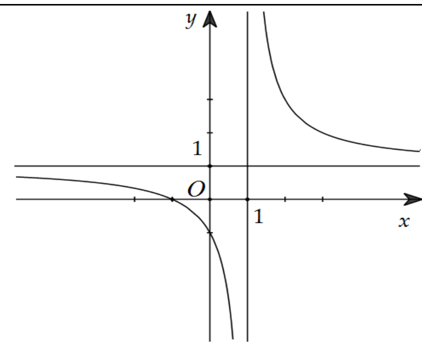
TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ *có 2 nghiệm phân biệt*		
Phương trình $y' = 0$ *có nghiệm kép*		
Phương trình $y' = 0$ *vô nghiệm*		

Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ *có 3 nghiệm phân biệt* **(a.b<0)**		

Phương trình $y' = 0$ *có* *1 nghiệm.*		

Hàm số nhất biến $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c \neq 0,\ ad - bc \neq 0\right)$

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

5. Một số phép biến đổi đồ thị

Dạng 1

Từ đồ thị $\left(C\right): y = f\left(x\right)$ suy ra đồ thị $\left(C'\right): y = f\left(\left|x\right|\right)$.

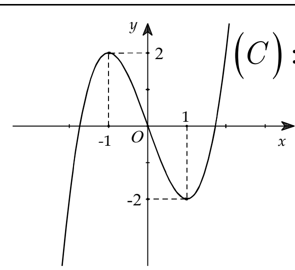
Ta có: $y = f\left(\left|x\right|\right) = \begin{cases} f\left(x\right) & khi \quad x \geq 0 \\ f\left(-x\right) & khi \quad x < 0 \end{cases}$

và $y = f\left(\left|x\right|\right)$ là *hàm chẵn* nên đồ thị $\left(C'\right)$ nhận Oy làm trục đối xứng.

*** Cách vẽ $\left(C'\right)$ từ $\left(C\right)$:**

- *Giữ nguyên* phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $\left(C\right): y = f\left(x\right)$.
- *Bỏ* phần đồ thị bên trái Oy của $\left(C\right)$, **lấy đối xứng phần đồ thị** *được giữ* qua Oy.

Ví dụ: Từ đồ thị $\left(C\right): y = f\left(x\right) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $\left(C'\right): y = \left|x\right|^3 - 3\left|x\right|$.

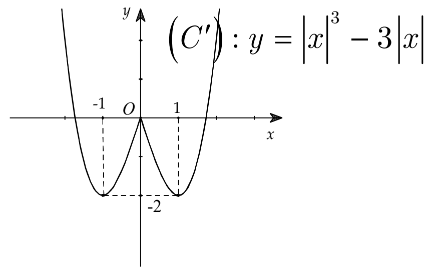


$\left(C\right): y = x^3 - 3x$

Biến đổi $\left(C\right)$:

- Bỏ phần đồ thị của $\left(C\right)$ bên trái Oy, giữ nguyên $\left(C\right)$ bên phải Oy.

- Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy.



Dạng 2

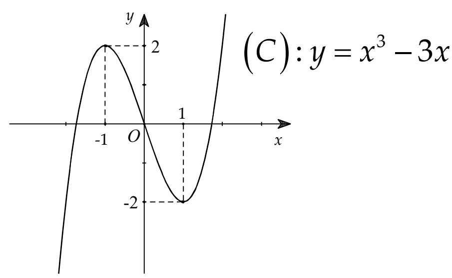
Từ đồ thị $\left(C\right): y = f\left(x\right)$ suy ra đồ thị $\left(C'\right): y = \left|f\left(x\right)\right|$.

Ta có: $y = \left|f\left(x\right)\right| = \begin{cases} f\left(x\right) & khi\ \ f\left(x\right) \ge 0 \\ -f\left(x\right) & khi\ \ f\left(x\right) < 0 \end{cases}$

*** Cách vẽ $\left(C'\right)$ từ $\left(C\right)$:**

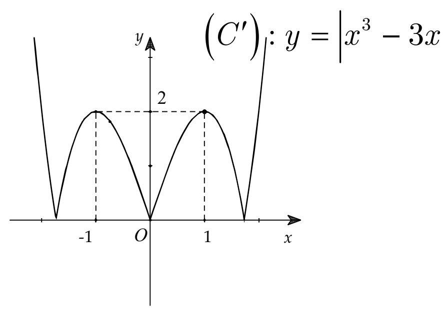
- *Giữ nguyên* phần <u>đồ thị phía trên Ox</u> của đồ thị (C): $y = f\left(x\right)$.
- *Bỏ* phần đồ thị <u>phía dưới Ox</u> của (C), **lấy đối xứng phần đồ thị *bị bỏ*** qua Ox.

Ví dụ: Từ đồ thị $\left(C\right): y = f\left(x\right) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = \left|x^3 - 3x\right|$.



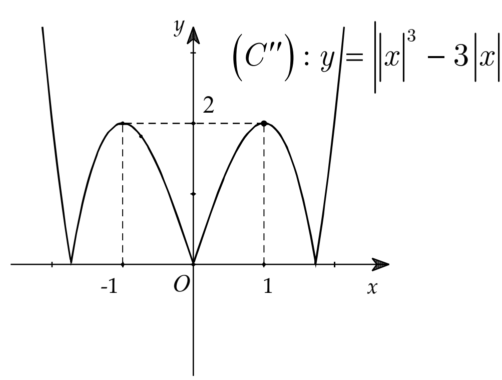
Biến đổi $\left(C\right)$:

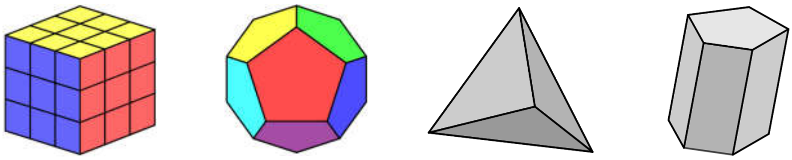
- Bỏ phần đồ thị của $\left(C\right)$ dưới Ox, giữ nguyên $\left(C\right)$ phía trên Ox.
- Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox.



Chú ý với dạng: $y = \left|f\left(|x|\right)\right|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f\left(|x|\right)$ và $y = \left|f\left(x\right)\right|$

Ví dụ: Từ đồ thị $\left(C\right): y = f\left(x\right) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = \left||x|^3 - 3|x|\right|$. Biến đổi $\left(C\right)$ để được đồ thị $\left(C'\right): y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi $\left(C'\right): y = |x|^3 - 3|x|$ ta được đồ thị $\left(C''\right): y = \left||x|^3 - 3|x|\right|$.





Bài 1 KHÁI NIỆM KHỐI ĐA DIỆN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I - KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ kể cả hình lăng trụ.
Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp kể cả hình chóp.
Khối chóp cụt là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp cụt kể cả hình chóp cụt.

II - KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

1. Khái niệm về hình đa diện

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

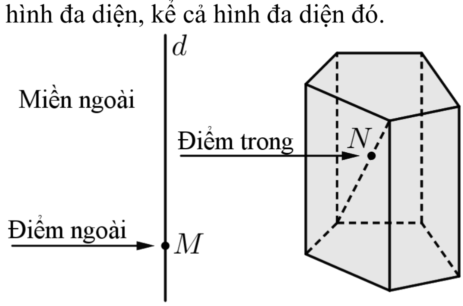
Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.

Các đỉnh, các cạnh của đa giác theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

2. Khái niệm về khối đa diện

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

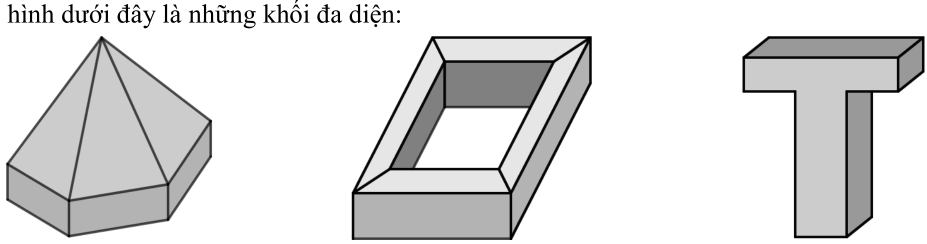
Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện. Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.



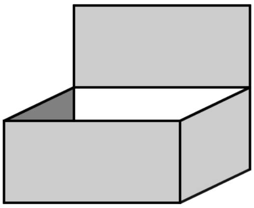
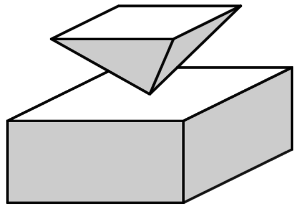
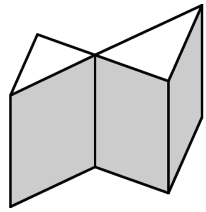
Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài… của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài… của hình đa diện tương ứng.

Ví dụ

- Các hình dưới đây là những khối đa diện:



- Các hình dưới đây không phải là những khối đa diện:

Hình a   Hình b   Hình c

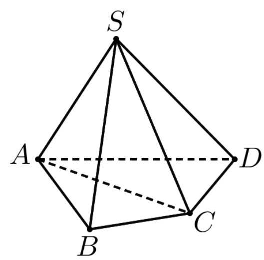
Giải thích: Hình a không phải là hình đa diện vì tồn tại cạnh không phải là cạnh chung của hai mặt; Hình b không phải là hình đa diện vì có một điểm đặc biệt trong hình, điểm đó không phải là đỉnh chung của hai đa giác; Hình c không phải là hình đa diện vì tồn tại một cạnh là cạnh chung của bốn đa giác.

III - PHÂN CHIA VÀ LẮP GHÉP CÁC KHỐI ĐA DIỆN

Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện (H_1) và (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có chung điểm trong nào thì ta nói có thể phân chia được khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2). Khi đó ta cũng nói có thể ghép hai khối đa diện (H_1) và (H_2) để được khối đa diện (H).

Ví dụ 1. Với khối chóp tứ giác $S.ABCD$, xét hai khối chóp tam giác $S.ABC$ và $S.ACD$. Ta thấy rằng:

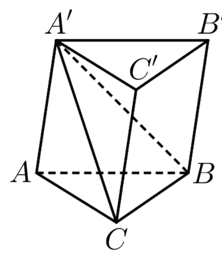
- Hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ không có điểm trong chung (tức là không tồn tại điểm trong của khối chóp này là điểm trong của khối chóp kia và ngược lại).
- Hợp của hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ chính là khối chóp $S.ABCD$.



Vậy khối chóp $S.ABCD$ được phân chia thành hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ hay hai khối chóp $S.ABC$ và $S.ACD$ được ghép lại thành khối chóp $S.ABCD$.

Ví dụ 2. Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mặt phẳng $(A'BC)$. Khi đó, khối lăng trụ được phân chia thành hai khối đa diện $A'ABC$ và $A'BCC'B'$.

Nếu ta cắt khối chóp $A'BCC'B'$ bởi mặt phẳng $(A'B'C)$ thì ta chia khối chóp $A'BCC'B'$ thành hai khối chóp $A'BCB'$ và $A'CC'B'$.

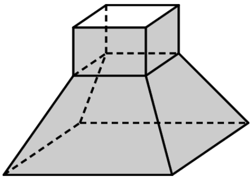
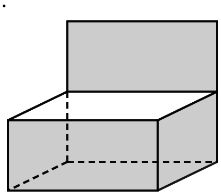
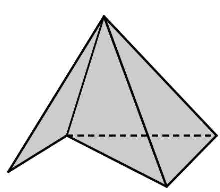
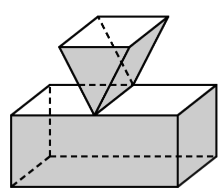


Vậy khối lăng trụ đã cho được chia thành ba khối tứ diện $A'ABC$, $A'BCB'$ và $A'CC'B'$.

B. TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. KHỐI ĐA DIỆN

Câu 1. Cho các hình sau:

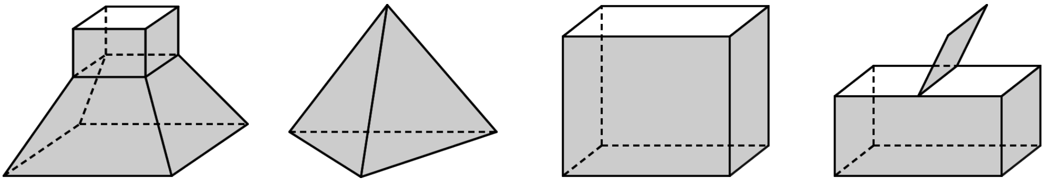
   

Hình 1   **Hình 2**   **Hình 3**   **Hình 4**

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình đa diện là

A. Hình 1.   **B.** Hình 2.   **C.** Hình 3.   **D.** Hình 4.

Câu 2. Cho các hình sau:

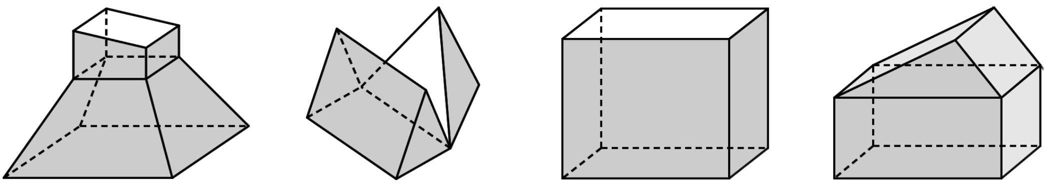


Hình 1 **Hình 2** **Hình 3** **Hình 4**

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện là

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 3. Cho các hình sau:

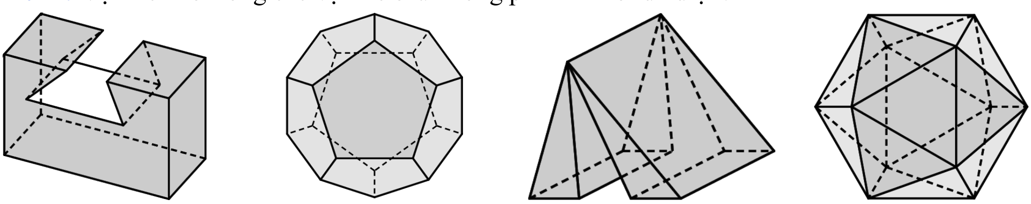


Hình 1 **Hình 2** **Hình 3** **Hình 4**

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

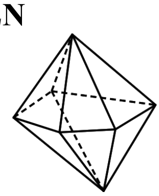
Câu 4. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



A. **B.** **C.** **D.**

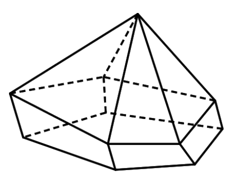
Dạng 2.SỐ MẶT CỦA HÌNH ĐA DIỆN

Câu 5. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



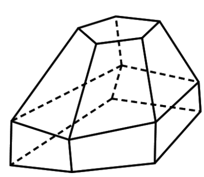
A. 8. **B.** 10.
C. 11. **D.** 12.

Câu 6. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



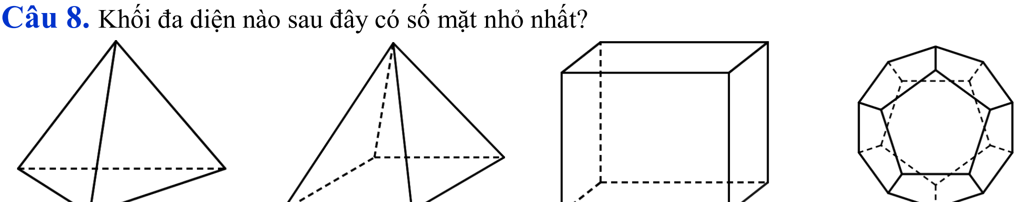
A. 6. **B.** 10.
C. 11. **D.** 12.

Câu 7. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



A. 11. **B.** 12.
C. 13. **D.** 14.

Câu 8. Khối đa diện nào sau đây có số mặt nhỏ nhất?



A. Khối tứ diện đều. **B.** Khối chóp tứ giác. **C.** Khối lập phương. **D.** Khối 12 mặt đều.

Câu 9. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

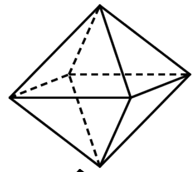
A. $S=\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=4\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=8a^2$.

SỐ CẠNH CỦA HÌNH ĐA DIỆN

Câu 10. Tính tổng độ dài ℓ của tất cả các cạnh của một tứ diện đều cạnh a.

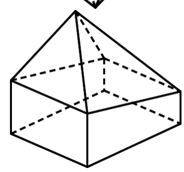
A. $\ell=4$. **B.** $\ell=4a$. **C.** $\ell=6$. **D.** $\ell=6a$.

Câu 11. Số cạnh của hình bát diện đều là



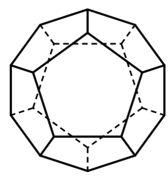
A. 12. **B.** 16.
C. 20. **D.** 22.

Câu 12. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh?



A. 8. **B.** 9.
C. 12. **D.** 16.

Câu 13. Tính tổng độ dài ℓ của tất cả các cạnh của khối mười hai mặt đều cạnh bằng 2.



A. $\ell=8$. **B.** $\ell=24$.
C. $\ell=30$. **D.** $\ell=60$.

Câu 14. Một hình chóp có 2018 cạnh. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?

A. 1010. **B.** 1014. **C.** 2017. **D.** 2019.

Câu 15. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2020.

SỐ ĐỈNH CỦA HÌNH ĐA DIỆN

Câu 16. Cho hình đa diện. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề sai?

i) Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
ii) Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
iii) Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
iv) Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

Câu 18. Một hình đa diện có các mặt là những tam giác. Gọi M là tổng số mặt và C là tổng số cạnh của đa diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $3C=2M$. **B.** $C=M+2$. **C.** $M\ge C$. **D.** $3M=2C$.

Câu 19. Cho một khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Số mặt và số đỉnh bằng nhau. **B.** Số đỉnh của khối chóp bằng $2n+1$.
C. Số mặt của khối chóp bằng $2n$. **D.** Số cạnh của khối chóp bằng $n+1$.

Câu 20. Khối đa diện mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của ba mặt thì số đỉnh $Đ$ và số cạnh C của các khối đa diện đó luôn thỏa mãn

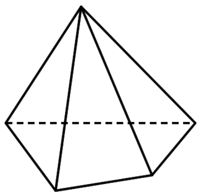
A. $Đ=C-2$. **B.** $Đ\ge C$. **C.** $3Đ=2C$. **D.** $3C=2Đ$.

Bài 2 KHỐI ĐA DIỆN LỒI KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

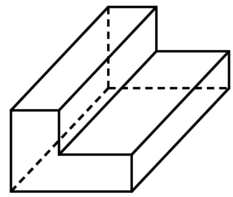
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾ

I - KHỐI ĐA DIỆN LỒI

Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H). Khi đó đa diện giới hạn (H) được gọi là đa diện lồi.

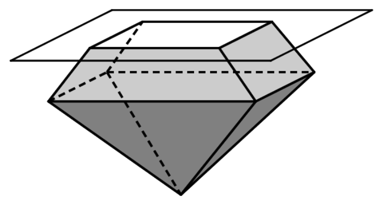


Khối đa diện lồi



Khối đa diện không lồi

Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó.



II - KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

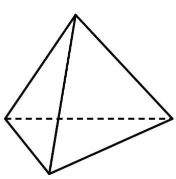
Định nghĩa

Khối đa diện đều là một khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

- Các mặt là những đa giác đều n cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng p cạnh.

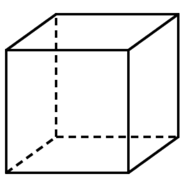
Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại $\{n, p\}$.

Chỉ có năm khối đa diện đều. Đó là:



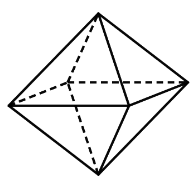
Loại $\{3;3\}$

Khối tứ diện đều



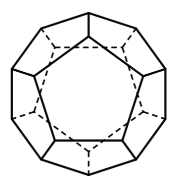
Loại $\{4;3\}$

Khối lập phương



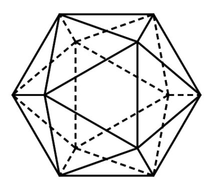
Loại $\{3;4\}$

Bát diện đều



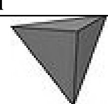
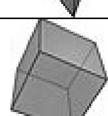
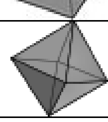
Loại $\{5;3\}$

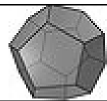
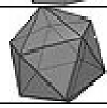
Hình 12 mặt đều



Loại $\{3;5\}$

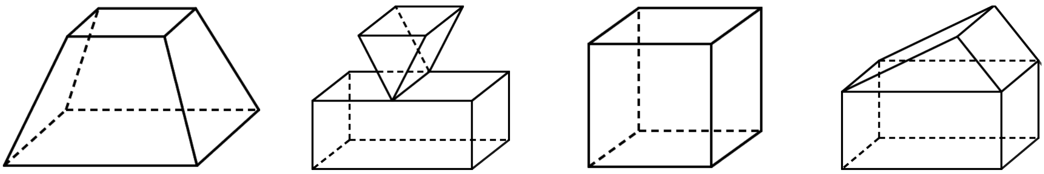
Hình 20 mặt đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$
Khối lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$
Bát diện đều		6	12	8	$\{3;4\}$

Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$

B. TRẮC NGHIỆM

Câu 21. Cho các hình khối sau:

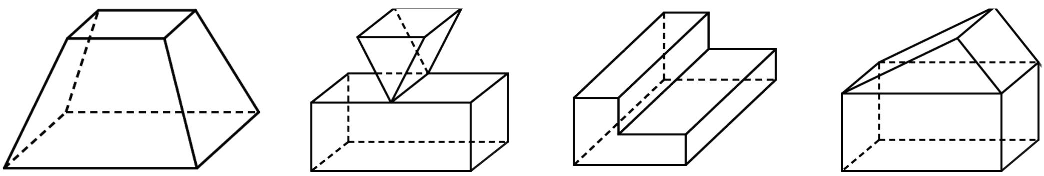


Hình 1 **Hình 2** **Hình 3** **Hình 4**

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện lồi là

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 22. Cho các hình khối sau:



Hình 1 **Hình 2** **Hình 3** **Hình 4**

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 23. Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của hình nào trong các hình sau đây?

A. Tứ diện đều. **B.** Ngũ giác đều. **C.** Lục giác đều. **D.** Bát diện đều.

Câu 24. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình lập phương.
B. Tâm các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình tứ diện đều.
C. Tâm các mặt của một hình tứ diện đều là các đỉnh của một hình lập phương.
D. Tâm các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của một hình tứ diện đều.

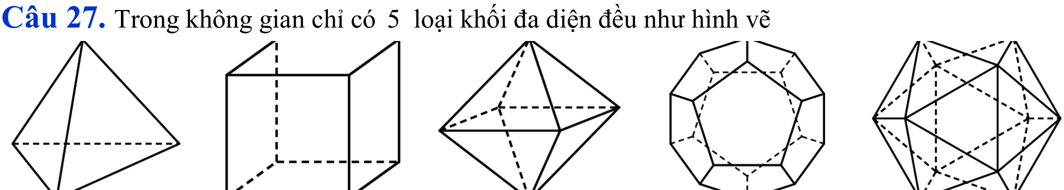
Câu 25. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

A. các đỉnh của một hình tứ diện đều.
B. các đỉnh của một hình bát diện đều.
C. các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
D. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Tồn tại khối tứ diện là khối đa diện đều.
B. Tồn tại khối lặng trụ đều là khối đa diện đều.
C. Tồn tại khối hộp là khối đa diện đều.
D. Tồn tại khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều.

Câu 27. Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ



Khối tứ diện đều Khối lập phương Bát diện đều Hình 12 mặt đều Hình 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.
B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
C. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 28. Cho khối 20 mặt đều. Biết rằng mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh, mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt. Ta có $(p;q)$ nhận giá trị nào sau đây?

A. $p=4;q=3$. **B.** $p=3;q=5$. **C.** $p=3;q=4$. **D.** $p=5;q=3$.

Câu 29. Hình bát diện đều thuộc khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{3;3\}$. **D.** $\{4;3\}$. **C.** $\{5;3\}$.

Câu 30. Khối đa diện đều loại $\{3;3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Khối bát diện đều. **B.** Khối lập phương.
C. Khối 20 mặt đều. **D.** Khối tứ diện đều.

Câu 31. Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Khối 12 mặt đều. **B.** Khối lập phương.
C. Khối 20 mặt đều. **D.** Khối tứ diện đều.

Câu 32. Số mặt phẳng đối xứng của khối đa diện đều $\{4;3\}$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 33. Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. 4π. **B.** 8π. **C.** 10π. **D.** 12π.

Câu 34. Tổng các góc ở đỉnh của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là

A. 12π. **B.** 16π. **C.** 20π. **D.** 24π.

Câu 35. Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

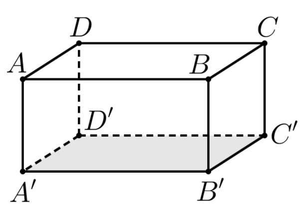
A. $S=4a^2$. **B.** $S=6a^2$. **C.** $S=8a^2$. **D.** $S=10a^2$.

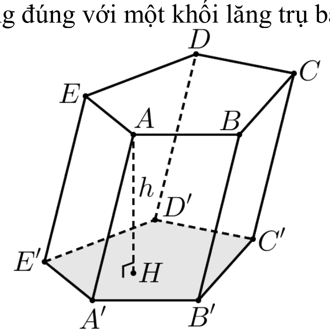
Bài 3 THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I - THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Nếu ta xem khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như là khối lăng trụ có đáy là hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và đường cao AA' thì suy ra thể tích của nó bằng diện tích đáy nhân với chiều cao. Ta có thể chứng minh được rằng điều đó cũng đúng với một khối lăng trụ bất kì





Định lí
Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là
$$V=Bh.$$

II - THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Đối với khối chóp người ta chứng minh được định lí sau:

Định lí
Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là
$$V=\frac{1}{3}Bh.$$

Ta cũng gọi thể tích các khối đa diện, khối lăng trụ, khối chóp đã nói ở trên lần lượt là thể tích các hình đa diện, hình lăng trụ, hình chóp xác định chúng.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a,$ $BC = 2a.$ Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD),$ cạnh $SA = a\sqrt{15}.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{15}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{15}}{6}.$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a.$ Cạnh bên SA vuông góc với đáy mặt phẳng đáy và $SC = a\sqrt{5}.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a,$ $BC = a.$ Cạnh bên SD vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = 2a.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3.$ **B.** $2a^3.$ **C.** $3a^3.$ **D.** $6a^3.$

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 4,$ $AB = 6,$ $BC = 10$ và $CA = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 32. **C.** 40. **D.** 192.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B,$ $AB = a,$ $AC = 2a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{3}.$ **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$ **C.** $\frac{2a^3}{3}.$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}.$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $B,$ $AB = BC = 1,$ $AD = 2.$ Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2.$ Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}.$ **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm $O,$ cạnh $a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^0.$ Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $a^3.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $\frac{a^3}{3}.$ **D.** $\frac{2a^3}{3}.$

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích khối chóp bằng $a^3.$ Chiều cao của hình chóp đã cho bằng

A. $a\sqrt{3}.$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}.$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SBC là tam giác vuông cân tại $S,$ $SB = 2a$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $3a.$ Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3.$ **B.** $4a^3.$ **C.** $6a^3.$ **D.** $12a^3.$

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a.$ Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{2}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $\frac{a^3}{6}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a.$ Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, cạnh bên $SA=2a.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3.$ **B.** $\frac{2a^3}{3}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}.$

Câu 48. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a,$ cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{11}a^3}{4}.$ **B.** $\frac{\sqrt{11}a^3}{6}.$ **C.** $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}.$ **D.** $\frac{\sqrt{13}a^3}{12}.$

Câu 49. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a,$ cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}.$ **B.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}.$ **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$ **D.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}.$

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tam giác SAC đều cạnh $a.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$ **C.** $\frac{a^3}{6}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

THỂ TÍCH LĂNG TRỤ

Câu 51. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Câu 52. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{3}a.$ Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{2}.$ **B.** $\frac{3a^3}{2}.$ **C.** $\frac{a^3}{4}.$ **D.** $\frac{3a^3}{4}.$

Câu 53. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

A. $a^3.$ **B.** $2a^3.$ **C.** $6a^3.$ **D.** $8a^3.$

Câu 54. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a,$ $AB=3a,$ $AC=5a.$ Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $4a^3.$ **B.** $5a^3.$ **C.** $12a^3.$ **D.** $15a^3.$

Câu 55. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=3a,$ $AC=4a,$ $BD=5a,$ $ABCD$ là hình thoi. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $20a^3.$ **B.** $27a^3.$ **C.** $30a^3.$ **D.** $60a^3.$

Câu 56. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có các mặt bên đều là hình vuông. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{3}.$ **B.** $3a^3\sqrt{2}.$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{4}.$

Câu 57. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a,$ đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}.$ Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3.$ **B.** $\frac{a^3}{2}.$ **C.** $\frac{a^3}{3}.$ **D.** $\frac{a^3}{6}.$

Câu 58. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác với $AB=a,$ $AC=2a,$ $\widehat{BAC}=120^0$ và $AA'=2a\sqrt{5}.$ Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{15}$. **B.** $4a^3\sqrt{5}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 59. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 60. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BA=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $BA'=a\sqrt{5}$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $2a^3\sqrt{2}$. **C.** $a^3\sqrt{10}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 61. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $A'C=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. a^3. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$.

Câu 62. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, $AC'=\sqrt{6}a$. Thể tích khối hộp bằng

A. $2a^3$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 63. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA=BC=1$. Cạnh $A'B$ tạo với mặt đáy (ABC) góc 60^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 64. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AA'=a$, đường chéo $A'C$ tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc α thỏa $\cot\alpha=\sqrt{5}$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\sqrt{5}a^3$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Câu 65. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^0$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{9a^3}{8}$.

Câu 66. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA'=3$. Tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 6 và tạo với mặt đáy (ABC) góc 60^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 36.

Câu 67. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a\sqrt{3}$. Biết rằng mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60^0, đường thẳng $A'C$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 30^0. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. a^3. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $2a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 68. Cho hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt cùng xuất phát từ cùng một đỉnh là 10cm^2, 20cm^2, 32cm^2. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 40cm^3. **B.** 64cm^3. **C.** 80cm^3. **D.** 160cm^3.

Câu 69. Cho khối hộp đứng có đáy là một hình thoi có độ dài đường chéo nhỏ bằng 10 và góc nhọn bằng 60^o. Diện tích mỗi mặt bên của khối hộp bằng 10. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. $25\sqrt{3}$. **B.** 50. **C.** $50\sqrt{3}$. **D.** $100\sqrt{3}$.

Câu 70. Cho hình hộp chữ nhật có đường chéo $d=\sqrt{21}$. Độ dài ba kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội $q=2$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

TỈ SỐ THỂ TÍCH

Câu 71. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC và AD đôi một vuông góc. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, CD, BD. Biết rằng $AB=4a$, $AC=6a$, $AD=7a$. Thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $7a^3$. **B.** $14a^3$. **C.** $21a^3$. **D.** $28a^3$.

Câu 72. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 24 và G là trọng tâm của tam giác BCD. Thể tích của khối chóp $G.ABC$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 73. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi V' là thể tích của khối tứ diện có các đỉnh là trọng tâm của các mặt của khối tứ diện $ABCD$. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{27}$. **B.** $\frac{4}{27}$. **C.** $\frac{8}{27}$. **D.** $\frac{23}{27}$.

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=6a$, $AC=9a$, $AD=3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB. Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 75. Cho tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD sao cho $MA=MB$, $NC=2ND$. Thể tích của khối chóp $S.MBCN$ bằng

A. 8. **B.** 20. **C.** 28. **D.** 40.

Câu 77. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích V, đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, BC, CD, DA. Thể tích khối chóp $M.CNQP$ bằng

A. $\frac{3V}{4}$. **B.** $\frac{3V}{8}$. **C.** $\frac{V}{16}$. **D.** $\frac{3V}{16}$.

Câu 78. Gọi V là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V=2V_1$. **B.** $V=3V_1$. **C.** $V=4V_1$. **D.** $V=6V_1$.