TÀI LIỆU HỌC TẬP TUẦN 4 (4/10/2021 – 9/10/2021)

MÔN TOÁN

LỚP 12:

➢ ĐẠI SỐ: Đường Tiệm cận

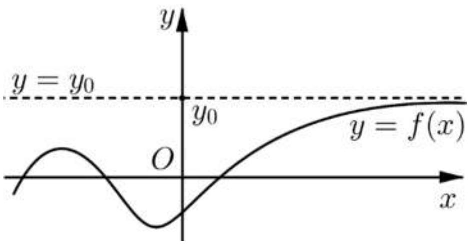
1. Khái niệm

> Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Điểm $M \in (C)$, MH là khoảng cách từ M đến đường thẳng d. Đường thẳng d gọi là tiệm cận của đồ thị hàm số nếu khoảng cách MH dần về 0 khi $|x| \to +\infty$ hoặc $|x| \to x_0$.

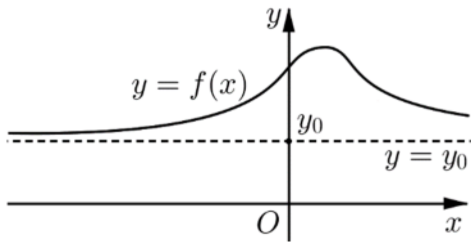
2. Tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty)$, $(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = y_0; \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = y_0.$$



Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \to +\infty$).

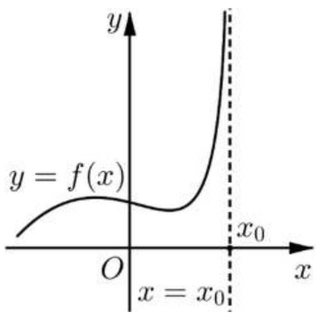


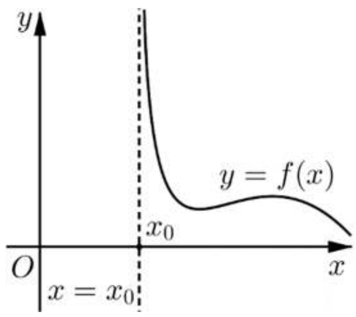
Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \to -\infty$).

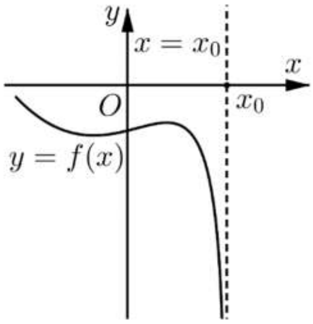
3. Tiệm cận đứng

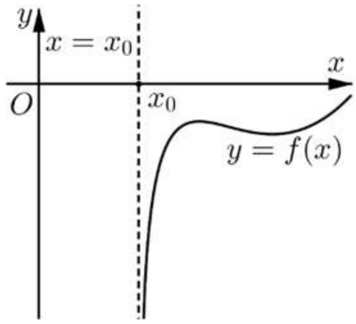
Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty,$$
$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty.$$





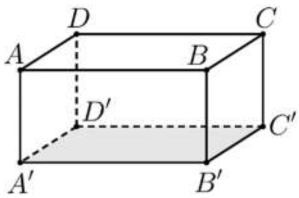


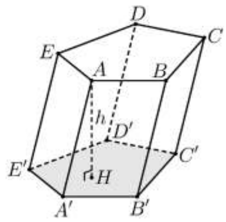


- **HÌNH HỌC:**

I - THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Nếu ta xem khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như là khối lăng trụ có đáy là hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và đường cao AA' thì suy ra thể tích của nó bằng diện tích đáy nhân với chiều cao. Ta có thể chứng minh được rằng điều đó cũng đúng với một khối lăng trụ bất kì





Định lí

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = Bh.$$

II - THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Đối với khối chóp người ta chứng minh được định lí sau:

Định lí

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = \frac{1}{3}Bh.$$

Ta cũng gọi thể tích các khối đa diện, khối lăng trụ, khối chóp đã nói ở trên lần lượt là thể tích các hình đa diện, hình lăng trụ, hình chóp xác định chúng.

- Cho hình chóp S.ABC. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A’, B’, C’ khác với S.

  Ta có: $\dfrac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}$

Luyện tập

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB và SC. Khi đó tỉ số thể tích giữa khối chóp $S.MNP$ và khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.	**B.** $\frac{1}{8}$.	**C.** $\frac{1}{6}$.	**D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ

A. tăng 6 lần.	**B.** tăng 18 lần.	**C.** tăng 9 lần.	**D.** tăng 27 lần.

Câu 3. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích khối tứ diện $EBCD$ theo V.

A. $\frac{V}{4}$.	**B.** $\frac{V}{2}$.	**C.** $\frac{V}{3}$.	**D.** $\frac{V}{5}$.

Câu 4. Khi tăng cả ba cạnh đáy của một khối chóp có đáy là tam giác đều lên hai lần còn đường cao của khối chóp giữ nguyên thì thể tích của khối chóp tăng bao nhiêu lần?

A. 4.	**B.** 2.	**C.** 8.	**D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. $\frac{1}{2}$.	**B.** $\frac{1}{4}$.	**C.** 2.	**D.** 4.

LỚP 11

- **ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH**

3. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$

$$a\sin x + b\cos x = c \qquad \left(a^2+b^2 \neq 0\right) \qquad (1)$$

Phương pháp giải:

Chia hai vế của phương trình cho $\sqrt{a^2+b^2}$, ta được:

$(1) \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin u + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos u = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Vì $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 = 1$ nên tồn tại góc $\alpha \in [0;2\pi]$ sao cho

$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ và $\sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Khi đó, phương trình (1) có dạng:

$\sin x.\cos\alpha + \cos x\sin\alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\Leftrightarrow \sin(x+\alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (phương trình cơ bản)

Điều kiện có nghiệm của phương trình (1): $\left|\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right| \leq 1 \Leftrightarrow a^2+b^2 \geq c^2$.

- **HÌNH HỌC**

Chương 2. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Vấn đề 2: Giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α). Tìm I là giao điểm của a và (α).

Cách 1: Tìm trong mặt phẳng (α) một đường thẳng b cắt đường thẳng a tại I.

Khi đó: $I = a \cap b \Rightarrow \begin{cases} I \in a \\ I \in b \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \cap (\alpha) = I$

Cách 2: Chọn mặt phẳng (β) chứa a sao cho dễ xác định giao tuyến d của (α) và (β). Trong mặt phẳng (β), gọi I là giao điểm của a và d.

Khi đó: $I = a \cap d \Rightarrow \begin{cases} I \in a \\ I \in d \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \cap (\alpha) = I$.

LỚP 10

- **ĐẠI SỐ**

§3. HÀM SỐ BẬC HAI

Vấn đề 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Bảng biến thiên:

$a > 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{-\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{-\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ là một parabol có:

- Đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

- Trục đối xứng là đường thẳng: $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Lập bảng giá trị. Vẽ đồ thị.

Nhận xét:

Bề lõm hướng lên trên khi $a > 0$, hướng xuống khi $a < 0$.

Vấn đề 2:

2.1. Vẽ đồ thị $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$. Suy ra đồ thị hàm số $y = ax^2 + b|x| + c$.

Hàm số $y = ax^2 + b|x| + c$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng.

Nên: Vẽ phần đồ thị $y = ax^2 + bx + c$ ứng với $x \ge 0$, rồi lấy đối xứng qua trục Oy của phần đồ thị này.

2.2. Vẽ đồ thị $y = ax^2 + bx + c\ (a \ne 0)$. Suy ra đồ thị hàm số $y = \left|ax^2 + bx + c\right|$.

Ta có: $y = \left|ax^2 + bx + c\right| = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{khi } ax^2 + bx + c \ge 0 \\ -\left(ax^2 + bx + c\right) & \text{khi } ax^2 + bx + c < 0 \end{cases}$

Nên:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$.
- Giữ nguyên phần đồ thị thỏa $y \ge 0$.
- Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị thỏa $y < 0$.

Vấn đề 3: Tìm các hệ số a, b, c của hàm số $y = ax^2 + bx + c\ (a \ne 0)$

Cho $(P): y = f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \ne 0)$

Hoành độ đỉnh: $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Tung độ đỉnh: $y = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{\Delta}{4a}$.

$M(x_M; y_M) \in (P) \Leftrightarrow y_M = ax_M^2 + bx_M + c$.

$a > 0$: Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là $y_0 = -\dfrac{\Delta}{4a}$ tại $x = -\dfrac{b}{2a}$.

$a < 0$: Hàm số đạt giá trị lớn nhất là $y_0 = -\dfrac{\Delta}{4a}$ tại $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Vấn đề 4: Biến đổi đồ thị bằng phép tịnh tiến

Cho $(P): y = ax^2 + bx + c \qquad (a \ne 0)$

$= a(x - p)^2 + q \qquad \left(p = -\dfrac{b}{2a}; q = -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$

Gọi $(P_0): y = ax^2$. Từ (P_0) suy ra (P) bởi hai phép tịnh tiến.

1) Tịnh tiến (P_0) sang phải p đơn vị nếu $p > 0$, sang trái $|p|$ đơn vị nếu $p < 0$, được đồ thị (P_1).

2) Tịnh tiến (P_1) lên trên q đơn vị nếu $q > 0$, xuống dưới $|q|$ đơn vị nếu $q < 0$, được đồ thị (P).

Vấn đề 5: Dùng đồ thị parabol, biện luận số nghiệm của phương trình bậc hai (1) (có tham số)

Phương pháp:

Vẽ parabol $(P): y = ax^2 + bx + c \quad (a \ne 0)$.

Biến đổi phương trình bậc hai (1) thành phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = m$ (cùng phương với trục Ox).

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của (P) và (d).

➢ **HÌNH HỌC**

§3. TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ (tiếp theo)

Vấn đề 2:

1. Xác định một điểm thỏa một đẳng thức vectơ

Rút gọn đẳng thức vectơ về dạng $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$.

A là điểm cố định, $\vec{v}$ là vectơ có hướng, độ dài xác định, M là điểm phải dựng.

Khi rút gọn vận dụng các tính chất, quy tắc và kết quả trong vấn đề 1.

2. Phân tích một vectơ theo hai vectơ cho trước.

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương thì với mọi vectơ $\vec{x}$ bất kỳ đều phân tích được duy nhất theo $\vec{a},\vec{b}$ nghĩa là: $\exists m, n \in \mathbb{R} : \vec{x} = m\vec{a} + \overrightarrow{nb}$