TÀI LIỆU HỌC TẬP TUẦN 4 (27/9/2021 – 2/10/2021)

MÔN TOÁN

LỚP 12:

- **ĐẠI SỐ: Giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất của Hàm số**

1. Định nghĩa

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{D}$.

a) Số M được gọi là giá trị lớn nhất (GTLN) của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{D}$ nếu $f(x) \le M$ với mọi x thuộc $\mathbb{D}$ và tồn tại $x_0 \in \mathbb{D}$ sao cho $f(x_0) = M$.

Kí hiệu: $M = \max_{\mathbb{D}} f(x)$.

b) Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{D}$ nếu $f(x) \ge m$ với mọi x thuộc $\mathbb{D}$ và tồn tại $x_0 \in \mathbb{D}$ sao cho $f(x_0) = m$.

Kí hiệu: $m = \min_{\mathbb{D}} f(x)$.

2. Định lý

Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

3. Quy tắc tìm GTLN - GTNN của hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$

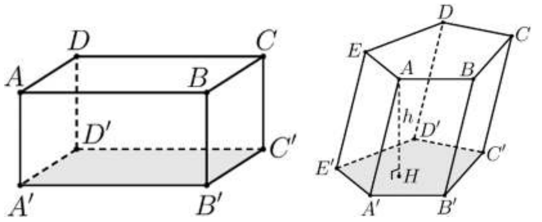
1. Tìm các điểm $x_1, x_2, ..., x_n$ trên $(a;b)$ mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
2. Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), f(b)$.
3. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có

$$M = \max_{[a;b]} f(x) \text{ và } m = \min_{[a;b]} f(x).$$

- **HÌNH HỌC:**

I - THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Nếu ta xem khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như là khối lăng trụ có đáy là hình chữ nhật $A'B'C'D'$ và đường cao AA' thì suy ra thể tích của nó bằng diện tích đáy nhân với chiều cao. Ta có thể chứng minh được rằng điều đó cũng đúng với một khối lăng trụ bất kì



Định lí

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = Bh.$$

II - THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Đối với khối chóp người ta chứng minh được định lí sau:

Định lí

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = \frac{1}{3}Bh.$$

Ta cũng gọi thể tích các khối đa diện, khối lăng trụ, khối chóp đã nói ở trên lần lượt là thể tích các hình đa diện, hình lăng trụ, hình chóp xác định chúng.

Bài tập

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a,\ BC = 2a.$ Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD),$ cạnh $SA = a\sqrt{15}.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{15}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{15}}{6}.$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a.$ Cạnh bên SA vuông góc với đáy mặt phẳng đáy và $SC = a\sqrt{5}.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a,\ BC = a.$ Cạnh bên SD vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = 2a.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3.$ **B.** $2a^3.$ **C.** $3a^3.$ **D.** $6a^3.$

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, $SA = 4,\ AB = 6,\ BC = 10$ và $CA = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $24.$ **B.** $32.$ **C.** $40.$ **D.** $192.$

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B,\ AB = a,\ AC = 2a.$ Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

TÀI LIỆU HỌC TẬP TUẦN 4 (27/9/2021 – 2/10/2021)

MÔN TOÁN

LỚP 11

- **ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH**

§3. MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP

1. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác là phương trình có một trong những dạng sau:

$a\sin x + b = 0$; $a\tan x + b = 0$

$a\cos x + b = 0$; $a\cot x + b = 0$

Trong đó: a,b là những hằng số $(a \neq 0)$.

Phương pháp giải:

Chuyển vế và chia hai vế của phương trình cho a, ta đưa phương trình về phương trình lượng giác cơ bản.

2. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác là phương trình có một trong những dạng sau:

$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$; $a\tan^2 x + b\tan x + c = 0$

$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$; $a\cot^2 x + b\cot x + c = 0$

Trong đó: a,b,c là những hằng số $(a \neq 0)$.

Phương pháp giải:

Đặt biểu thức lượng giác làm ẩn phụ và đặt điều kiện cho ẩn phụ (nếu ẩn phụ là hàm tan hoặc cot) rồi giải phương trình bậc hai theo ẩn phụ này. Cuối cùng ta đưa về việc giải các phương trình lượng giác cơ bản.

- **HÌNH HỌC**

Chương 2. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Vấn đề 2: Giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α). Tìm I là giao điểm của a và (α).

Cách 1: Tìm trong mặt phẳng (α) một đường thẳng b cắt đường thẳng a tại I.

Khi đó: $I = a \cap b \Rightarrow \begin{cases} I \in a \\ I \in b \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \cap (\alpha) = I$

Cách 2: Chọn mặt phẳng (β) chứa a sao cho dễ xác định giao tuyến d của (α) và (β). Trong mặt phẳng (β), gọi I là giao điểm của a và d.

Khi đó: $I = a \cap d \Rightarrow \begin{cases} I \in a \\ I \in d \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \cap (\alpha) = I$.

LỚP 10

- **ĐẠI SỐ**

Chương II: HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

§1. HÀM SỐ (TIẾP THEO)

Vấn đề 1: Tập xác định của hàm số

Hàm số thường được cho bởi công thức $y = f(x)$ trong đó $f(x)$ là một biểu thức chứa x và các hằng số cùng với những kí hiệu phép toán.

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

$\sqrt{A}$ xác định khi $A \geq 0$.

$\dfrac{1}{A}$ xác định khi $A \neq 0$.

Tập xác định D của một hàm số là giao các tập điều kiện.

Vấn đề 2: Sự biến thiên của hàm số

Xét K là một khoảng, nửa khoảng hay một đoạn của $\mathbb{R}$.

1. Định nghĩa

Cho hàm số f xác định trên K.

- f đồng biến trên K $\Leftrightarrow$ $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- f nghịch biến trên K $\Leftrightarrow$ $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

2. Hệ quả

Cho hàm số f xác định trên K.

- f đồng biến trên K $\Leftrightarrow$ $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 \neq x_2 \Rightarrow \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$.
- f nghịch biến trên K $\Leftrightarrow$ $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 \neq x_2 \Rightarrow \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$.

Ghi chú:

Xét chiều biến thiên của hàm số là tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến thuộc tập xác định của hàm số.

Vấn đề 3: Tính chẵn, lẻ của hàm số

1. Định nghĩa

Cho hàm số $y = f(x)$ $(\forall x \in D)$.

- f là hàm số chẵn $\Leftrightarrow$ với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- f là hàm số lẻ $\Leftrightarrow$ với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

2. Nhận xét

- Đồ thị hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.
- Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

§2. HÀM SỐ BẬC NHẤT (học sinh tự học có hướng dẫn)

Vấn đề 1: Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.
Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a>0$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a<0$.
Bảng biến thiên của hàm số:

$a>0$

x	$-\infty$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

$a<0$

x	$-\infty$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y=ax+b\ (a\neq 0)$ là một đường thẳng không song song với các trục tọa độ.
Đường thẳng này:

- đi qua hai điểm $A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$ và $B(0;b)$ (nếu $b\neq 0$)
- hoặc đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $C(1;a)$ (nếu $b=0$)

Số thực a được gọi là hệ số góc của đường thẳng $y=ax+b$.

Vấn đề 2: Vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất trên từng khoảng

Vấn đề 3: Vị trí tương đối giữa đồ thị hai hàm số bậc nhất
Cho hàm số $y=ax+b$ có đồ thị (d) và hàm số $y=a'x+b'$ có đồ thị (d'). Ta có:

- (d) song song (d') $\Leftrightarrow \begin{cases} a=a' \\ b\neq b' \end{cases}$
- (d) trùng (d') $\Leftrightarrow \begin{cases} a=a' \\ b=b' \end{cases}$
- (d) cắt (d') $\Leftrightarrow a\neq a'$
- (d) vuông góc với (d') $\Leftrightarrow a.a'=-1$
- $M\left(x_{M;}y_M\right)\in(d): y=ax+b \Leftrightarrow y_M=ax_M+b$
- Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} y=ax+b \\ y=a'x+b' \end{cases}$

Ghi chú:
Đường thẳng song song trục hoành là đường thẳng có dạng $y=a$.
Đường thẳng hợp với trục Ox một góc α thì có hệ số góc là $a=\pm\tan\alpha$.

- **HÌNH HỌC**

§3. TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ

1. Định nghĩa

Tích của một vectơ $\vec{a}\neq\vec{0}$ với số thực $k\neq 0$, kí hiệu là $k.\vec{a}$, là một vectơ:

- Có độ dài bằng $|k|.\left|\vec{a}\right|$.
- Cùng phương với $\vec{a}$.
- Cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k>0$.
  Ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k<0$.

Ngoài ra, ta quy ước: $0.\vec{a}=\vec{0}$ và $k.\vec{0}=\vec{0}$.

2. Tính chất

- $1.\vec{a}=\vec{a}$

- $\left(-1\right).\vec{a}=-\vec{a}$ (vectơ đối của $\vec{a}$)
- $k\left(m\vec{a}\right)=\left(km\right)\vec{a}$
- $\left(k+m\right)\vec{a}=k\vec{a}+m\vec{a}$
- $k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b}$
- $k\vec{a}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=0\\ \vec{a}=\vec{0}\end{array}\right.$

3. Điều kiện để hai vectơ cùng phương

Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (khác $\vec{0}$) cùng phương $\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}:\vec{a}=k\vec{b}$.

4. Điều kiện để ba điểm thẳng hàng

Ba điểm phân biệt A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

5. Biểu diễn một vectơ theo hai vectơ không cùng phương

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương thì với mọi vectơ $\vec{c}$ bất kỳ đều phân tích được duy nhất theo $\vec{a},\vec{b}$ nghĩa là:

$$\exists m,n\in\mathbb{R}:\vec{x}=m\vec{a}+\overrightarrow{nb}$$