TÀI LIỆU HỌC TẬP TUẦN 2 (13/9/2021 – 18/9/2021)

MÔN TOÁN

Lớp 12

- **ĐẠI SỐ**

Bài 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

1) Định lí

Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K.

- Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.
- Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K.

Chú ý: Khoảng K trong định lí trên có thể được thay bởi một đoạn hoặc một một nửa khoảng. Khi đó phải bổ sung thêm giả thiết "Hàm số liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó". Chẳng hạn:

Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm $f'(x)>0$ trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$.

2) Định lí mở rộng

Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K. Nếu $f'(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathrm{K}$ (hoặc $f'(x)\leq 0$ với mọi $x\in\mathrm{K}$) và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K thì hàm số $f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên K.

- **HÌNH HỌC**

BÀI 1: KHỐI ĐA DIỆN

I - KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ kể cả hình lăng trụ.

Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp kể cả hình chóp.

Khối chóp cụt là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp cụt kể cả hình chóp cụt.

II - KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

1. Khái niệm về hình đa diện

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

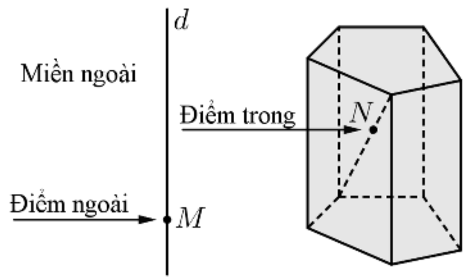
Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.

Các đỉnh, các cạnh của đa giác theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

2. Khái niệm về khối đa diện

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

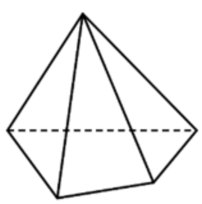
Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện. Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.



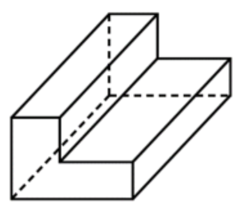
Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài… của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài… của hình đa diện tương ứng.

I - KHỐI ĐA DIỆN LỒI

Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H). Khi đó đa diện giới hạn (H) được gọi là đa diện lồi.

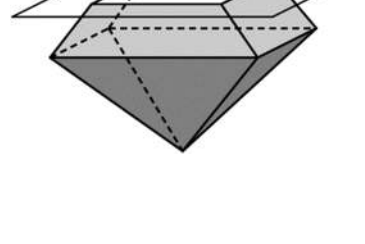


Khối đa diện lồi



Khối đa diện không lồi

Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó.



II - KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

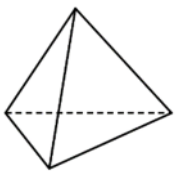
Định nghĩa

Khối đa diện đều là một khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

- Các mặt là những đa giác đều n cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng p cạnh.

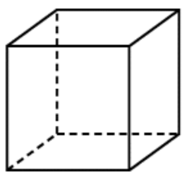
Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại $\{n, p\}$.

Chỉ có năm khối đa diện đều. Đó là:



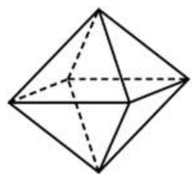
Loại $\{3;3\}$

Khối tứ diện đều



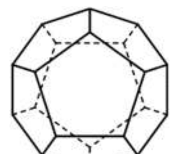
Loại $\{4;3\}$

Khối lập phương



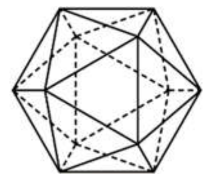
Loại $\{3;4\}$

Bát diện đều



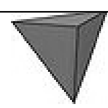
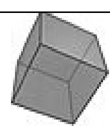
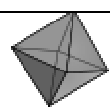
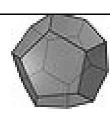
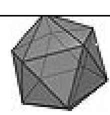
Loại $\{5;3\}$

Hình 12 mặt đều



Loại $\{3;5\}$

Hình 20 mặt đều

Khối đa diện đều		**Số đỉnh**	**Số cạnh**	**Số mặt**	**Loại**
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$
Khối lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$
Bát diện đều		6	12	8	$\{3;4\}$
Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$

Lớp 11

- **ĐẠI SỐ**

BÀI 1: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

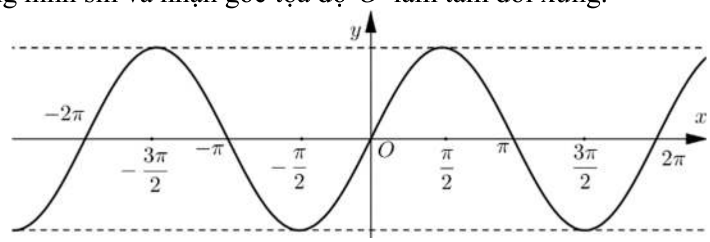
1. Hàm số $y = \sin x$

Định nghĩa: Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\sin x$ được gọi là hàm số sin, kí hiệu: $y = \sin x$.

Tính chất: Hàm số $y = \sin x$:

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị: $T = \left[-1;1\right]$.
- Là hàm số lẻ, tuần hoàn với chu kỳ 2π.
- Hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k2\pi; \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right)$;

  nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{2} + k2\pi; \dfrac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$.
- Đồ thị là đường hình sin và nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.



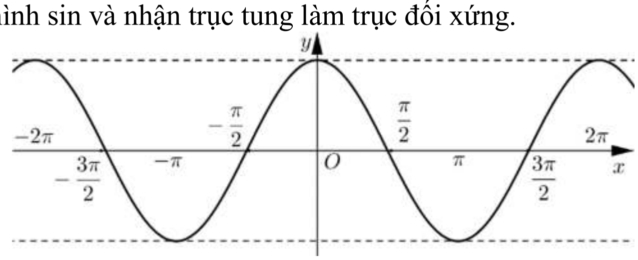
2. Hàm số $y = \cos x$

Định nghĩa: Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\cos x$ được gọi là hàm số cosin, kí hiệu: $y = \cos x$.

Tính chất: Hàm số $y = \cos x$:

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị: $T = \left[-1;1\right]$.
- Là hàm số chẵn, tuần hoàn với chu kỳ 2π.
- Hàm số đồng biến trên $\left(-\pi + k2\pi; k2\pi\right)$;

  nghịch biến trên $\left(k2\pi; \pi + k2\pi\right)$.
- Đồ thị là đường hình sin và nhận trục tung làm trục đối xứng.

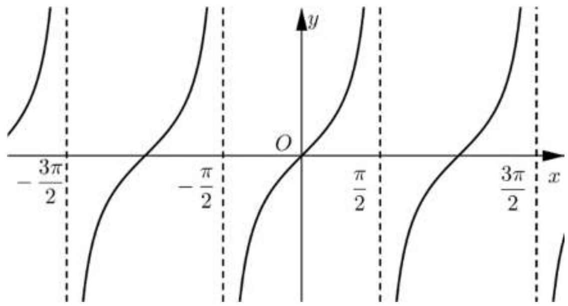


3. Hàm số $y = \tan x$

Định nghĩa: Hàm số được xác định bởi công thức $y = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ $\left(\cos x \neq 0\right)$ là hàm số tang, kí hiệu: $y = \tan x$.

Tính chất: Hàm số $y = \tan x$:

- Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. Tập giá trị: $T=\mathbb{R}$.
- Là hàm số lẻ, tuần hoàn với chu kỳ π.
- Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$.
- Đồ thị nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng và nhận mỗi đường $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ làm tiệm cận.

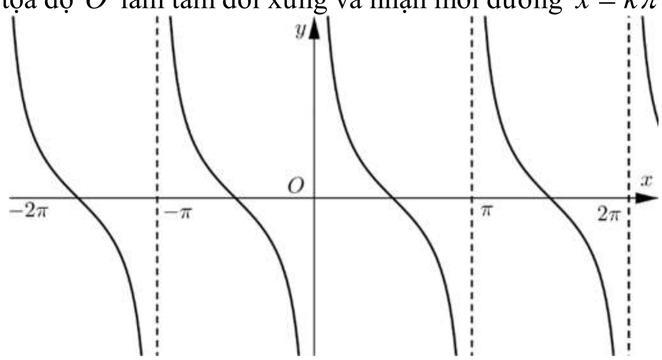


4. Hàm số $y=\cot x$

Định nghĩa: Hàm số được xác định bởi công thức $y=\frac{\cos x}{\sin x}\left(\sin x\neq 0\right)$ là hàm số cotang, kí hiệu: $y=\cot x$.

Tính chất: Hàm số $y=\cot x$:

- Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. Tập giá trị: $T=\mathbb{R}$.
- Là hàm số lẻ, tuần hoàn với chu kỳ π.
- Hàm số nghịch biến trên $\left(k\pi;\pi+k\pi\right)$.
- Đồ thị nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng và nhận mỗi đường $x=k\pi$ làm tiệm cận.



Lưu ý:

- Các hàm số $y=m.\sin\left(ax+b\right)+n$ và $y=m\cos\left(ax+b\right)+n$ có chu kỳ $T_0=\frac{2\pi}{|a|}$.
- Các hàm số $y=m.\tan\left(ax+b\right)+n$ và $y=m\cot\left(ax+b\right)+n$ có chu kỳ $T_0=\frac{\pi}{|a|}$.

Chú ý: Với $k\in\mathbb{Z}$ ta có:

$\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi$ $\qquad$ $\sin x\neq \pm 1\Leftrightarrow x\neq \pm\frac{\pi}{2}+k2\pi$

$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ $\qquad$ $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$ $\qquad$ $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$

$\tan x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$ $\qquad$ $\cot x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\tan x$ có điều kiện $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ $\qquad$ $\cot x$ có điều kiện $x \neq k\pi$

- **HÌNH HỌC**

§1. PHÉP BIẾN HÌNH

1. Phép biến hình

Phép biến hình là một quy tắc f, để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng ta xác định được một điểm M' duy nhất trong mặt phẳng đó. Điểm M' được gọi là ảnh của M qua phép biến hình đó, kí hiệu: $f(M) = M'$.

Nếu (H) là một hình thì tập hợp các điểm $M' = f(M)$ tạo thành hình (H') là ảnh của hình (H) qua phép biến hình f. Kí hiệu: $f(H) = (H')$.

2. Phép dời hình

Phép dời hình là một phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ:

$$\begin{cases} f(M) = M' \\ f(N) = N' \end{cases} \Rightarrow M'N' = MN$$

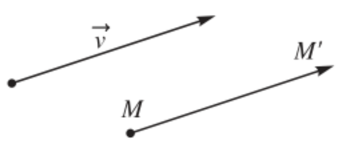
Tính chất: Phép dời hình biến:

- ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng;
- ba điểm không thẳng hàng thành ba điểm không thẳng hàng;
- đường thẳng thành đường thẳng;
- tia thành tia;
- đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- tam giác thành tam giác bằng nó;
- góc thành góc bằng nó;
- đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

§2. PHÉP TỊNH TIẾN

1. Định nghĩa

Phép biến hình biến điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$. Kí hiệu: $T_{\vec{v}}$.



$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$$

($\vec{v}$ được gọi là vectơ tịnh tiến)

Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{0}$ là phép đồng nhất: $T_{\vec{0}}(M) = M$.

2. Tính chất

- Phép tịnh tiến là một phép dời hình do đó có tất cả các tính chất của phép dời hình.

- Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng ban đầu.

3. Biểu thức tọa độ

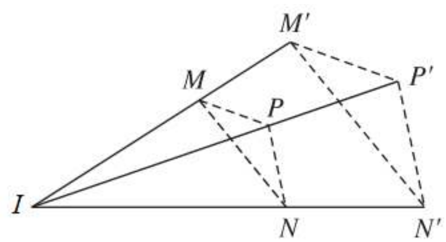
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M\left(x;y\right)$ và vectơ $\vec{u}=\left(a;b\right)$. Khi đó:

$$T_{\vec{u}}\left(M\right)=M'\left(x';y'\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x'=a+x\\y'=b+y\end{cases}$$

§3. PHÉP VỊ TỰ

1. Định nghĩa

Cho điểm I cố định và một số $k\neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{IM'}=k\overrightarrow{IM}$ được gọi là phép vị tự tâm I tỉ số k. Kí hiệu: $V_{(I;k)}$.



$$M'=V_{(I;k)}\left(M'\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{IM'}=k\overrightarrow{IM}$$

(I gọi là tâm vị tự, k là tỉ số vị tự)

2. Tính chất

Phép vị tự:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa ba điểm đó;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó;
- Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có độ dài bằng $|k|$ lần tạo ảnh;

  Nghĩa là: nếu $\begin{cases}M'=V_{(I;k)}\left(M\right)\\N'=V_{(I;k)}\left(N\right)\end{cases}$ thì $\begin{cases}\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}\\M'N'=|k|MN\end{cases}$
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho với tỉ số đồng dạng $|k|$;
- Biến đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính $|k|.R$.

3. Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $I\left(a;b\right)$, số $k\neq 0$ và điểm $M\left(x;y\right)$:

$$V_{(I;k)}\left(M\right)=M'\left(x';y'\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x'=kx+\left(1-k\right)a\\y'=ky+\left(1-k\right)b\end{cases}$$

4. Tâm vị tự của hai đường tròn

Nếu có phép vị tự tâm O, tỉ số k biến đường tròn này thành đường tròn kia thì O được gọi là tâm vị tự của hai đường tròn đó.

- $k>0$: O là tâm vị tự ngoài.
- $k<0$: O là tâm vị tự ngoài.

Cách xác định tâm vị tự O của phép vị tự biến $\left(I;R\right)$ thành $\left(I';R'\right)$

1) Hai đường tròn không đồng tâm $\left(I;R\right)$ và $\left(I';R'\right)$

- $R = R'$: phép vị tự tâm O (là trung điểm II'), tỉ số $k = -1$ (cũng chính là phép đối xứng tâm O).
- $R \neq R'$: có hai phép vị tự

i) Phép vị tự tâm $O_1\left(\overrightarrow{O_1I'} = \frac{R'}{R}\overrightarrow{O_1I}\right)$, tỉ số $k_1 = \frac{R'}{R}$.

ii) Phép vị tự tâm $O_2\left(\overrightarrow{O_2I'} = -\frac{R'}{R}\overrightarrow{O_2I}\right)$, tỉ số $k_2 = -\frac{R'}{R}$.

2) Hai đường tròn đồng tâm $(I;R)$ và $(I;R')$.

Có hai phép vị tự cùng tâm I, tỉ số $\frac{R'}{R}$ và $-\frac{R'}{R}$.

BÀI 4: PHÉP ĐỒNG DẠNG

I ĐỊNH NGHĨA

Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số $k\,(k > 0)$ nếu với hai điểm M, N bất kì và ảnh M', N' tương ứng của chúng ta luôn có $M'N' = k.MN$

Nhận xét:

* Phép dời hình là phép đồng dạng tỷ số 1

* Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$

II- TÍNH CHẤT

Phép đồng dạng tỉ số k:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy.

- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng với nó.

- Biến đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính $k.R$

III – HÌNH ĐỒNG DẠNG

Định nghĩa: Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

LỚP 10

- **ĐẠI SỐ**

§2. TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

1. Tập hợp

Tập hợp là một khái niệm cơ bản của toán học, không được định nghĩa.

Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là tập rỗng, kí hiệu: $\varnothing$.

Có hai cách cho tập hợp:

- Liệt kê các phần tử của tập hợp: $A = \left\{1;2;3;...;a;b;c;...\right\}$.

- Nêu tính chất đặc trưng của các phần tử thuộc tập hợp: $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x - 4 = 0\right\}$.

2. Tập hợp con

Cho hai tập hợp A và B. Nếu mọi phần tử của A đều thuộc tập hợp B, ta nói tập hợp A là tập hợp con của B, kí hiệu: $A \subset B$.

$$A \subset B \Leftrightarrow \left(\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B\right)$$

Nếu tập hợp C không là tập hợp con của B thì ta viết: $C \not\subset B$.

$$C \not\subset B \Leftrightarrow \left(\exists x, x \in C \text{ vµ } x \notin B\right)$$

Quy ước: $\varnothing \subset A$, với mọi A.

Tính chất:

+ $A \subset A$, với mọi A.

+ $A \subset B,\ B \subset C \Rightarrow A \subset C$.

Ghi chú: Tập A có n phần tử thì có 2^n tập con.

3. Tập hợp bằng nhau

Hai tập A và B gọi là bằng nhau khi mọi phần tử của A đều thuộc về B và mọi phần tử của B đều thuộc về A, kí hiệu: $A = B$.

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ vµ } B \subset A$$

Hai tập A và B không bằng nhau gọi là khác nhau, kí hiệu: $A \neq B$.

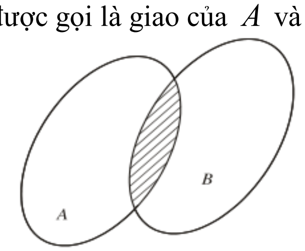
4. Các phép toán trên tập hợp

a) Giao của hai tập hợp

Tập hợp gồm các phần tử vừa thuộc A, vừa thuộc B được gọi là giao của A và B, kí hiệu: $A \cap B$

$$A \cap B = \left\{x \mid x \in A \text{ vµ } x \in B\right\}$$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$$



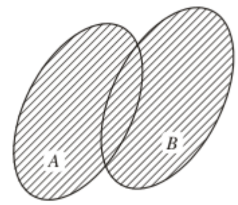
$A \cap B$

b) Hợp của hai tập hợp

Tập hợp gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B được gọi là hợp của A và B, kí hiệu: $A \cup B$.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoÆc } x \in B\}$$

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array}\right.$$



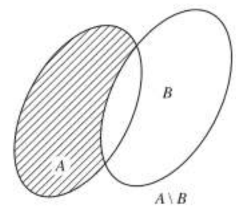
$A \cup B$

c) Hiệu của hai tập hợp

Tập hợp gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B được gọi là hiệu của A và B (theo thứ tự này), kí hiệu: $A \setminus B$.

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ vµ } x \notin B\}$$

$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$$

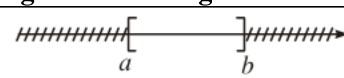
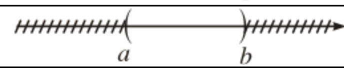
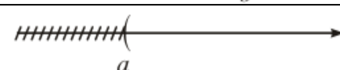
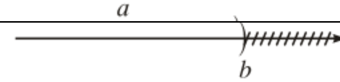
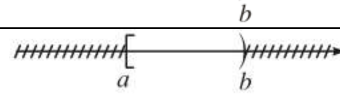
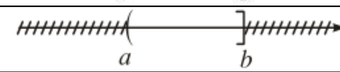
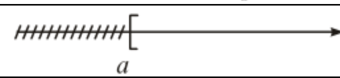
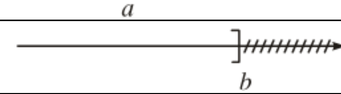


$A \setminus B$

Nếu $B \subset A$ thì $A \setminus B$ được gọi là phần bù của B trong A, kí hiệu: $C_A B$.

Khi đó: $C_A B = A \setminus B$.

5. Các tập hợp con của tập hợp số thực $\mathbb{R}$: đoạn – khoảng – nửa khoảng

Đoạn $[a;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$	
Khoảng $(a;b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
Khoảng $(a;+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
Khoảng $(-\infty;b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	
Nửa khoảng $[a;b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$	
Nửa khoảng $(a;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$	
Nửa khoảng $[a;+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$	
Nửa khoảng $(-\infty;b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le b\}$	

➢ **HÌNH HỌC**

§2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTƠ

1. Tổng hai vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Từ điểm A bất kỳ vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

Khi đó vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Kí hiệu: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

Tính chất:

- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$
- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

- $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$

Quy tắc ba điểm: Với ba điểm A,B,C bất kỳ: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.

Quy tắc hình bình hành:

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

Hệ thức trung điểm: M là trung điểm $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

Hệ thức trọng tâm: G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Lưu ý:

- $\vec{a},\vec{b}$ cùng hướng $\Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$
- $\vec{a},\vec{b}$ ngược hướng $\Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|\right|$
- $\vec{a},\vec{b}$ vuông góc $\Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2$
- $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|,\ \forall a,b$

2. Hiệu hai vectơ

$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$: $\vec{a},\vec{b}$ là hai vectơ đối nhau.

$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$ ($-\vec{b}$ là vectơ đối của $\vec{b}$)

Quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$.