TÀI LIỆU HỌC TẬP TUẦN 13 (29/11/2021 –04/12/2021)

MÔN TOÁN

LỚP 12

- *ĐẠI SỐ*

I - PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1. Phương trình mũ cơ bản

> Phương trình mũ cơ bản có dạng $a^x = b \ (a > 0,\, a \neq 1)$.

Phương trình $a^x = b \ (a > 0,\, a \neq 1)$	
$b > 0$	có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$
$b \leq 0$	vô nghiệm

2. Một số phương pháp giải phương trình mũ

a) Đưa về cùng cơ số: Với a > 0, a ≠ 1: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

Chú ý: *Trong trường hợp cơ số có chứa ẩn số thì:* $a^M = a^N \Leftrightarrow (a-1)(M-N) = 0$

b) Logarit hoá: $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = \left(\log_a b\right).g(x)$

c) Đặt ẩn phụ:

- ***Dạng 1***: $P(a^{f(x)}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{f(x)},\ t > 0 \\ P(t) = 0 \end{cases}$, trong đó P(t) là đa thức theo t.

- ***Dạng 2***: $\alpha a^{2f(x)} + \beta (ab)^{f(x)} + \gamma b^{2f(x)} = 0$

  Chia 2 vế cho $b^{2f(x)}$, rồi đặt ẩn phụ $t = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{f(x)}$

- ***Dạng 3***: $a^{f(x)} + b^{f(x)} = m$, với $ab = 1$. Đặt $t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \dfrac{1}{t}$

d) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

Xét phương trình: f(x) = g(x) (1)

- Đoán nhận x_0 là một nghiệm của (1).
- Dựa vào tính đồng biến, nghịch biến của *f(x)* và *g(x)* để kết luận x_0 là nghiệm duy nhất:

• Nếu *f(x)* đồng biến (hoặc nghịch biến) thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$

II - PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

1. Phương trình logarit cơ bản

Phương trình logarit cơ bản có dạng $\log_a x = b \ (a > 0,\ a \neq 1)$.

Theo định nghĩa lôgarit, ta có

$$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b.$$

Phương trình $\log_a x = b \ (a > 0,\ a \neq 1)$ luôn có nghiệm duy nhất

2. Cách giải một số phương trình logarit cơ bản

a) Đưa về cùng cơ số

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \quad (\text{hay}\, g(x) > 0) \end{cases}$

b) Mũ hoá

Với a > 0, a ≠ 1: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow a^{\log_a f(x)} = a^b$

c) Đặt ẩn phụ

d) Sử dụng tính đơn điệu của hàm số

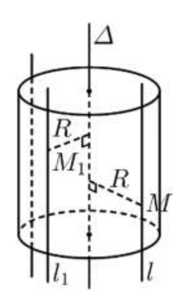
➢ *HÌNH HỌC*

HÌNH TRỤ - KHỐI TRỤ

1. Định nghĩa mặt trụ

Cho đường thẳng Δ. Xét một đường thẳng l song song với Δ, cách Δ một khoảng R.

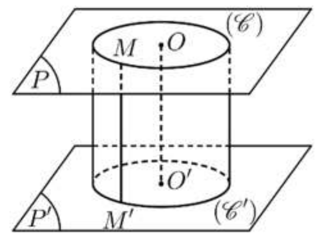
Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l như thế khi quay quanh Δ gọi là ***mặt trụ tròn xoay*** *(hay đơn giản là* ***mặt trụ****)* .



Δ gọi là *trục* của mặt trụ, l gọi là *đường sinh* của mặt trụ và R gọi là *bán kính* của mặt trụ.

2. Hình trụ và khối trụ

Cắt mặt trụ T trục Δ, bán kính R bởi hai mặt phẳng phân biệt (P) và (P') cùng vuông góc với Δ, ta được giao tuyến là hai đường tròn (C) và (C').



*Phần mặt T nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hai hình tròn xác định bởi (C) và (C') được gọi là **hình tròn**.*

Hai đường tròn (C) và (C') gọi là hai *đường tròn đáy*, hai hình tròn xác định bởi chúng gọi là hai *mặt đáy* của hình trụ, bán kính của chúng (bằng R) gọi là *bán kính* của hình trụ. Khoảng cách giữa hai mặt đáy gọi là *chiều cao* của hình trụ.

Nếu gọi O và O' là tâm của hai hình tròn đáy thì đoạn thẳng OO' (nằm trên Δ) gọi là *trục* của hình trụ.

Phần mặt trụ nằm giữa hai đáy gọi là *mặt xung quanh* của hình trụ.

Với mỗi điểm $M \in (\mathrm{C})$, có một điểm $M' \in (\mathrm{C}')$ sao cho $MM' \parallel OO'$. Hiển nhiên đoạn thẳng MM' nằm trên mặt xung quanh của hình trụ, có độ dài bằng chiều cao của hình trụ. Các đoạn thẳng như vậy gọi là *đường sinh* của hình trụ.

Ta cũng dễ thấy rằng mỗi hình trụ phân chia không gian thành hai phần, phần bên trong hình trụ và phần bên ngoài hình trụ.

*Hình trụ cùng với phần bên trong của nó được gọi là **khối trụ**.*

3. Diện tích hình trụ và thể tích khối trụ

Một hình lăng trụ gọi là *nội tiếp* một hình trụ nếu hai đáy của hình lăng trụ nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ. Khi đó, ta còn nói hình trụ *ngoại tiếp* hình lăng trụ

Ta có định nghĩa:

***Diện tích xung quanh** của hình trụ là giới hạn của diện tích xung quanh của hình lăng trụ đều nội tiếp hình trụ đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.*

***Thể tích** của khối trụ (còn gọi là thể tích của hình trụ) là giới hạn của thể tích của hình lăng trụ đều nội tiếp hình trụ đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.*

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.

$$\boxed{S_{xq} = 2\pi Rh}$$

Thể tích khối trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$\boxed{V = \pi R^2 h}$$

Dạng 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC

Câu 1. Gọi ℓ, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $r = h.$ **B.** $h = \ell.$ **C.** $r^2 = h^2 + \ell^2.$ **D.** $\ell^2 = h^2 + r^2.$

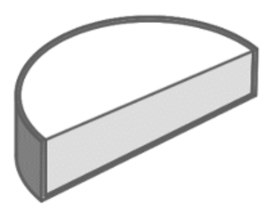
Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là $\ell.$ Thể tích khối trụ được tính theo công thức

A. $V = \dfrac{1}{3}\pi r\ell^2.$ **B.** $V = \pi r\ell^2.$ **C.** $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2\ell.$ **D.** $V = \pi r^2\ell.$

Câu 3. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ bằng

A. $32\pi.$ **B.** $32\sqrt{2}\pi.$ **C.** $64\sqrt{2}\pi.$ **D.** $128\pi.$

Câu 4. Thể tích của miếng xúc xích dạng nửa hình trụ có đường kính đáy 2 cm và chiều cao 3 cm là



A. $\dfrac{3}{2}\left(\text{cm}^3\right).$ **B.** $\dfrac{3\pi}{2}\left(\text{cm}^3\right).$

C. $3\pi\left(\text{cm}^3\right).$ **D.** $6\pi\left(\text{cm}^3\right).$

Câu 5. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 bằng

A. $12\pi.$ **B.** $24\pi.$ **C.** $36\pi.$ **D.** $42\pi.$

Câu 6. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 4 và diện tích xung quanh bằng $16\pi.$ Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}.$ **B.** $16\pi.$ **C.** $32\pi.$ **D.** $64\pi.$

Câu 7. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng $a.$ Độ dài đường cao của hình trụ đã cho bằng

A. $a.$ **B.** $2a.$ **C.** $3a.$ **D.** $4a.$

Câu 8. Cho hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng $10,$ biết diện tích xung quanh của hình trụ bằng $80\pi.$ Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $64\pi.$ **B.** $144\pi.$ **C.** $160\pi.$ **D.** $164\pi.$

Câu 9. Khối trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích xung quanh bằng $2\pi.$ Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{3\pi}{2}.$ **B.** $\frac{4\pi}{3}.$ **C.** $\pi.$ **D.** $2\pi.$

Câu 10. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính của đường tròn đáy bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}.$ **B.** $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}.$ **C.** $5.$ **D.** $5\sqrt{\pi}.$

LỚP 11

- *ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH*

ÔN TẬP TỔ HỢP, XÁC SUẤT

- *HÌNH HỌC*

ÔN TẬP: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG, QUAN HỆ SONG SONG

LỚP 10

- *ĐẠI SỐ*

Chương IV: BẤT ĐẲNG THỨC VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

§1. BẤT ĐẲNG THỨC(tt)

Vấn đề 2: Chứng minh bất đẳng thức bằng cách vận dụng bất đẳng thức Cauchy

Bất đẳng thức Cauchy cho 2 số không âm:

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$ (Dấu $"="$ xảy ra khi $a=b$)

Bất đẳng thức Cauchy cho 3 số không âm:

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ c \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$ (Dấu $"="$ xảy ra khi $a=b=c$)

Bất đẳng thức Cauchy cho 4 số không âm:

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ c \geq 0 \\ d \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$$ (Dấu $"="$ xảy ra khi $a=b=c=d$)

Bất đẳng thức Bunyakovsky:
Cho bốn số a,b,x,y:

$\left(a^2+b^2\right)\left(x^2+y^2\right)\geq\left(ax+by\right)^2$ (Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}$)

Vấn đề 3: Tìm GTNN và GTLN

Phương pháp giải:

Vận dụng bất đẳng thức Cauchy và hệ quả:

Với $a,b\geq 0$: $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ (hay $ab\leq\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$)

Hệ quả 1: Cho hai số không âm. Nếu tổng của chúng không đổi thì tích của chúng lớn nhất khi hai số bằng nhau.

Hệ quả 2: Cho hai số không âm. Nếu tích của chúng không đổi thì tổng của chúng nhỏ nhất khi hai số bằng nhau.

- *HÌNH HỌC*

§3. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC (TT)

Vấn đề 4: Tìm tập hợp điểm

1. Tìm tập hợp điểm M thỏa $MA^2+MB^2=k^2$ (A,B cố định)

$MA^2+MB^2=k^2$

$\Leftrightarrow 2MI^2+\frac{AB^2}{2}=k^2$ (I lµ trung ®iÓm AB)

$\Leftrightarrow MI^2=\frac{1}{2}\left(k^2-\frac{AB^2}{2}\right)$

Nếu $k^2-\frac{AB^2}{2}<0$ thì tập hợp điểm M là tập hợp rỗng.

Nếu $k^2-\frac{AB^2}{2}=0$ thì tập hợp điểm M gồm 1 điểm duy nhất là trung điểm I của AB.

Nếu $k^2-\frac{AB^2}{2}>0$ thì tập hợp điểm M là đường tròn tâm I, bán kính $R=\frac{1}{2}\sqrt{2k^2-AB^2}$.

2. Tìm tập hợp điểm các điểm M thỏa $MA^2-MB^2=k$ (k cho trước; A,B cố định)

Gọi I là trung điểm AB; H là hình chiếu của M trên AB. Ta có:

$MA^2-MB^2=k\Leftrightarrow 2.\overline{AB}.\overline{IH}=k\Leftrightarrow\overline{IH}=\frac{k}{2\overline{AB}}$

Tập hợp các điểm M là đường thẳng (Δ) vuông góc với AB tại H định bởi $\overline{IH}=\frac{k}{2\overline{AB}}$.