TÀI LIỆU HỌC TẬP TUẦN 11 (15/11/2021 –20/11/2021)

MÔN TOÁN

LỚP 12

- <u>ĐẠI SỐ</u>

HÀM SỐ LŨY THỪA

I - KHÁI NIỆM

Hàm số $y = x^{\alpha}$, với $\alpha \in \mathbb{R}$, được gọi là hàm số lũy thừa.

CHÚ Ý

Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ tuỳ thuộc vào giá trị của α. Cụ thể:

- Với α nguyên dương, tập xác định là $\mathbb{R}$;
- Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
- Với α không nguyên, tập xác định là $(0; +\infty)$.

II - ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA

Người ta chứng minh được hàm số luỹ thừa $y = x^{\alpha}$ $(\alpha \in \mathbb{R})$ có đạo hàm với mọi $x > 0$ và

$$\boxed{\left(x^{\alpha}\right)' = \alpha . x^{\alpha - 1}.}$$

III - KHẢO SÁT HÀM SỐ LUỸ THỪA $y = x^{\alpha}$

Tập xác định của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ luôn chứa khoảng $(0;+\infty)$ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$. Trong trường hợp tổng quát, ta khảo sát hàm số $y = x^{\alpha}$ trên khoảng này (gọi là tập khảo sát).

$y = x^{\alpha}$, $\alpha > 0$

1. Tập khảo sát: $(0;+\infty)$.

2. Sự biến thiên

$$y' = \alpha . x^{\alpha - 1} > 0;\ \forall x > 0.$$

Giới hạn đặc biệt:

$$\lim_{x \to 0^+} x^{\alpha} = 0,\ \lim_{x \to +\infty} x^{\alpha} = +\infty.$$

Tiệm cận: Không có

3. Bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
y'		$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$

4. Đồ thị (Như hình bên dưới với $\alpha > 0$).

$y = x^{\alpha}$, $\alpha < 0$

1. Tập khảo sát: $(0;+\infty)$.

2. Sự biến thiên

$$y' = \alpha . x^{\alpha - 1} < 0;\ \forall x > 0.$$

Giới hạn đặc biệt:

$$\lim_{x \to 0^+} x^{\alpha} = +\infty,\ \lim_{x \to +\infty} x^{\alpha} = 0.$$

Tiệm cận:

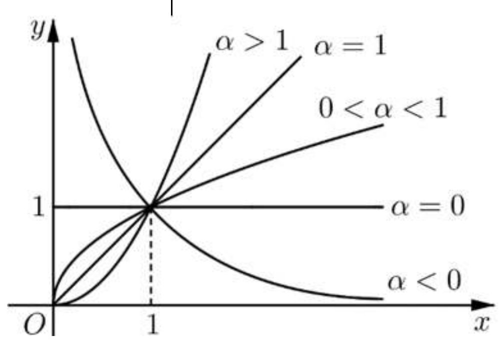
Ox là tiệm cận ngang,

Oy là tiệm cận đứng của đồ thị.

3. Bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
y'		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0

4. Đồ thị (Như hình bên dưới với $\alpha < 0$).



Đồ thị của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ luôn đi qua điểm $(1;1)$.

Trên hình là đồ thị của hàm số lũy thừa trên khoảng $(0;+\infty)$ ứng với các giá trị khác nhau của α.

CHÚ Ý

Khi khảo sát hàm lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó.

Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ trên khoảng $(0;+\infty)$

	$\alpha > 0$	$\alpha < 0$
Đạo hàm	$y' = \alpha.x^{\alpha-1}$.	$y' = \alpha.x^{\alpha-1}$.
Chiều biến thiên	Hàm số luôn đồng biến	Hàm số luôn nghịch biến
Tiệm cận	Không có	Tiệm cận ngang là Ox, Tiệm cận đứng là Oy.
Đồ thị	Đồ thị luôn đi qua điểm $(1;1)$	

Dạng 1. TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x-2020)^{2019}$.

A. $\mathrm{D} = (0;+\infty)$. **B.** $\mathrm{D} = (2020;+\infty)$. **C.** $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{2020\}$. **D.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-4}$.

A. $\mathrm{D} = \{0;3\}$. **B.** $\mathrm{D} = (0;3)$. **C.** $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{0;3\}$. **D.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ là

A. $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1;2\}$. **B.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathrm{D} = (0;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D} = (-\infty;-1) \cup (2;+\infty)$.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{5}}$.

A. $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. **B.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathrm{D} = (-2;2)$. **D.** $\mathrm{D} = (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$.

A. $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{1;2\}$. **B.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathrm{D} = (1;2)$. **D.** $\mathrm{D} = (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\pi}$ là

A. $\mathrm{D} = (0;+\infty)$. **B.** $\mathrm{D} = (1;+\infty)$. **C.** $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

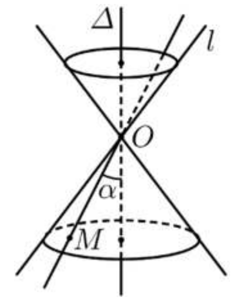
➢ <u>HÌNH HỌC</u>

MẶT TRÒN XOAY – MẶT NÓN

1. Định nghĩa mặt nón

Cho đường thẳng Δ. Xét một đường thẳng l cắt Δ tại O tạo thành một góc α với $0° < \alpha < 90°$ (hình bên).

> *Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l như thế khi quay quanh Δ gọi là* ***mặt nón tròn xoay*** *(hay đơn giản là* ***mặt nón****).*



Δ gọi là *trục* của mặt nón.

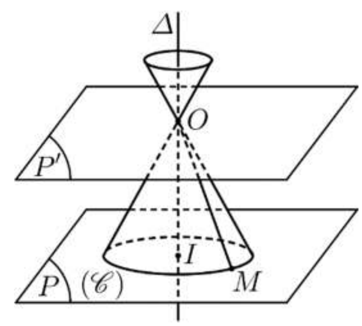
l gọi là *đường sinh* của mặt nón.

O gọi là *đỉnh* của mặt nón.

Góc 2α gọi là *góc ở đỉnh* của mặt nón.

2. Hình nón và khối nón

Cho mặt nón $\mathfrak{N}$ với trục Δ, đỉnh O và góc ở đỉnh 2α. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với Δ tại điểm I khác O (như hình bên). Mặt phẳng (P) cắt mặt nón theo đường tròn (C) có tâm I. Lại gọi (P') là mặt phẳng vuông góc với Δ tại O. Khi đó



> Phần mặt nón $\mathfrak{N}$ giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hình tròn xác định bởi (C) được gọi là ***hình nón***.

Điểm O gọi là đỉnh của hình nón, đường tròn (C) gọi là *đường tròn đáy*, hình nón xác định bởi (C) gọi là *đáy* của hình nón. Với mỗi điểm M nằm trên đường tròn (C), đoạn thẳng OM gọi là *đường sinh* của hình nón; rõ ràng là các đường sinh của hình nón có độ dài bằng nhau. Đoạn thẳng OI gọi là *trục* của hình nón, độ dài OI gọi là *chiều cao* của hình nón (đó chính là khoảng cách từ đỉnh O tới mặt đáy).

Hiển nhiên là một hình nón chia không gian thành hai phần: phần bên trong và phần bên ngoài của nó.

> *Hình nón cùng với phần bên trong của nó gọi là* ***khối nón****.*

3. Khái niệm về diện tích hình nón và thể tích khối nón

Một hình chóp gọi là *nội tiếp* một hình nón nếu đáy của hình chóp là đa giác nội tiếp đáy của hình nón và đỉnh của hình chóp là đỉnh hình nón.

Ta có định nghĩa:

> ***Diện tích xung quanh*** *của hình nón là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.*
>
> ***Thể tích*** *của khối nón (còn gọi là thể tích của hình nón) là giới hạn của thể tích của hình chóp đều nội tiếp hính nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.*

Diện tích xung quanh của hình nón bằng một nửa tích số của độ dài đường tròn đáy và độ dài đường sinh.

$$\boxed{S_{xq} = \pi rl}$$

Thể tích khối nón bằng một phần ba tích số diện tích hình tròn đáy và chiều cao.

$$\boxed{V = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$$

Dạng 1. ÁP DỤNG CÔNG THỨC

Câu 1. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h.$ **B.** $\pi r^2 h.$ **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h.$ **D.** $2\pi r^2 h.$

Câu 2. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4.$ Thể tích của khối nón bằng

A. $4\pi.$ **B.** $12\pi.$ **C.** $16\pi\sqrt{3}.$ **D.** $\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}.$

Câu 3. Tính thể tích V của khối nón có chiều cao bằng 4 và độ dài đường sinh bằng $5.$

A. $V = 12\pi.$ **B.** $V = 16\pi.$ **C.** $V = 36\pi.$ **D.** $V = 48\pi.$

Câu 4. Cho hình nón có đường sinh $\ell = 5\text{m}$ và bán kính đáy $r = 3\text{m}.$ Thể tích khối nón bằng

A. $9\ \text{m}^3.$ **B.** $9\pi\ \text{m}^3.$ **C.** $12\ \text{m}^3.$ **D.** $12\pi\ \text{m}^3.$

Câu 5. Gọi $\ell,\ h,\ r$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo $\ell,\ h,\ r.$

A. $S_{\text{xq}} = \pi rh.$ **B.** $S_{\text{xq}} = \pi r\ell.$ **C.** $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell.$ **D.** $S_{\text{xq}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$

Câu 6. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $\ell = 4.$ Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\sqrt{39}\pi.$ **B.** $4\sqrt{3}\pi.$ **C.** $8\sqrt{3}\pi.$ **D.** $12\pi.$

Câu 7. Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy $r,$ đường sinh $\ell.$ Tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích đáy của hình nón là

A. $\frac{r}{\ell}$. B. $\frac{2r}{\ell}$. C. $\frac{\ell}{r}$. D. $\frac{2\ell}{r}$.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $5,$ chiều cao bằng $12.$ Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. 60π. B. 65. C. 65π. D. 90π.

LỚP 11

- ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

§4. XÁC SUẤT

1. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

Một phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử), kí hiệu T, là một thí nghiệm hay một hành động:

- Có thể lặp đi lặp lại nhiều lần trong điều kiện giống nhau.
- Kết quả của nó không đoán trước được.
- Có thể xác định được tập hợp các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là không gian mẫu, kí hiệu Ω. Số trường hợp của không gian mẫu, kí hiệu là $n(\Omega)$.

Ví dụ: T: "Gieo một con súc sắc" thì $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

2. Biến cố và xác suất của biến cố

Một tập con A của Ω là một biến cố, gọi là biến cố A.

Ví dụ: Biến cố A:"Số chấm xuất hiện khi gieo một con súc sắc là một số chẵn"

$A = \{2;4;6\} \Rightarrow n(A) = 3$

Xác suất của biến cố A, kí hiệu $P(A)$, xác định khả năng xảy ra biến cố A.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Ví dụ: Xác suất để xuất hiện mặt chẵn khi gieo một con súc sắc là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Nhận xét:

- $0 \le P(A) \le 1$
- Nếu A là biến cố chắc chắn (luôn xảy ra) thì $P(A) = 1$. $(P(\Omega) = 1)$
- Nếu A là biến cố không (không xảy ra) thì $P(A) = 0$. $(P(\varnothing) = 0)$

- HÌNH HỌC

§4. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

1. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng phân biệt trong không gian

- (α) cắt (β) theo giao tuyến là một đường thẳng: $(\alpha)\cap(\beta)=a$.
- (α) trùng (β): $(\alpha)\equiv(\beta)$.
- (α) song song (β): $(\alpha)//(\beta)$ khi (α) và (β) không có điểm chung.

2. Hai mặt phẳng song song

Định nghĩa: $(\alpha)//(\beta)\Leftrightarrow(\alpha)\cap(\beta)=\varnothing$

Điều kiện để hai mặt phẳng song song:

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a,b cắt nhau và a,b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).

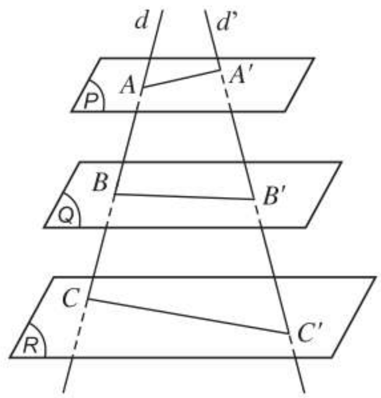
$$\begin{cases} a,b\subset(\alpha) \\ a//(\beta) \\ b//(\beta) \\ a,b \text{ c¾t nhau} \end{cases} \Rightarrow (\alpha)//(\beta)$$

Tính chất:

- Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.
- Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) thì qua a có một và chỉ một mặt phẳng (β) song song với (α).
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- Mọi đường thẳng d đi qua A và song song với (α) $\left(A\notin(\alpha)\right)$ đều nằm trong mặt phẳng (β) đi qua A và song song với (α).
- Nếu $(\alpha)//(\beta)$ thì mọi mặt phẳng (γ) đã cắt (α) thì phải cắt (β) và các giao tuyến của chúng song song.
- Nếu $\begin{cases}(\alpha)//(\beta)\\ a\in(\alpha)\end{cases}\Rightarrow a//(\beta)$.
- Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

3. Định lý Thalès

Thuận: Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



Ba mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ đôi một song song nhau và hai đường thẳng d và d' cắt ba mặt phẳng lần lượt tại A,B,C (thuộc d) và A',B',C' (thuộc d') thì:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$$

Đảo: Trên hai đường thẳng chéo nhau a và b lần lượt lấy các điểm A,B,C và A',B',C' sao cho $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$. Khi đó ba đường thẳng AA',BB',CC' lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song hay chúng cùng song song với một mặt phẳng.

Vấn đề 1: Chứng minh hai mặt phẳng song song

Cách 1:

$$\begin{cases} a,b\subset(\alpha) \\ a//(\beta) \\ b//(\beta) \\ a\cap b=M \end{cases} \Rightarrow (\alpha)//(\beta) \qquad \textbf{hay} \qquad \begin{cases} a\cap b=M;\ a,b\subset(\alpha) \\ a'\cap b'=N;\ a',b'\subset(\beta) \\ a//a' \\ b//b' \end{cases} \Rightarrow (\alpha)//(\beta)$$

Cách 2:

$$\begin{cases} (\alpha)//(\beta) \\ a\subset(\alpha) \end{cases} \Rightarrow a//(\beta)$$

LỚP 10

- ĐẠI SỐ

§5. MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI HAI ẨN (tt)

Dạng 3:

Hệ phương trình đối xứng loại 2: là hệ khi thay đồng thời x bằng y và y bằng x thì phương trình thứ nhất biến thành phương trình thứ hai và ngược lại.

Phương pháp giải:

Trừ từng vế hai phương trình trong hệ.

Biến đổi và đặt $(x-y)$ làm thừa số chung được phương trình tích dạng:

$$A.B=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} A=0 & (1) \\ B=0 & (2) \end{array}\right.$$

Kết hợp lần lượt (1) và (2) với một phương trình trong hệ rồi giải tìm nghiệm.

Lưu ý:

Nghiệm hệ phương trình đối xứng có tính chất: Nếu $(a;b)$ là nghiệm thì $(b;a)$ cũng là nghiệm.

- HÌNH HỌC

§3. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1. Định lý hàm số cos

Trong ΔABC với $BC=a,\ CA=b,\ AB=c$. Ta có:

$$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac.\cos B$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab.\cos C$$

Hệ quả:

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

2. Định lý hàm số sin

Với $AB=c,\ BC=a,\ CA=b$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC, ta có:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

Hệ quả:

$$a=2R\sin A \quad ; \quad \sin A=\frac{a}{2R}$$

$$b=2R\sin B \quad ; \quad \sin B=\frac{b}{2R}$$

$$c=2R\sin C \quad ; \quad \sin C=\frac{c}{2R}$$

3. Hệ thức đường trung tuyến

Với $AB=c,\ BC=a,\ CA=b$ và m_a,m_b,m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến kẻ từ A,B và C của ΔABC, ta có:

$$m_a^{\ 2} = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$
$$m_b^{\ 2} = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$
$$m_c^{\ 2} = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

4. Công thức diện tích tam giác ABC

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2}ab.\sin C = \frac{1}{2}ac.\sin B = \frac{1}{2}bc.\sin A$$

$S = \dfrac{abc}{4R}$ (R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

$S = p.r$ (r là bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC)

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ($p = \dfrac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi ΔABC)

Vấn đề 1: Tính cạnh, góc, trung tuyến, phân giác, diện tích. Bán kính đường tròn ngoại tiếp. Bán kính đường tròn nội tiếp theo một số yếu tố cho trước.

Phương pháp:

Sử dụng các định lý hàm sin, cos; hệ thức trung tuyến và các công thức tính diện tích.

AD là phân giác trong góc A.

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta ADC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}c.AD.\sin\frac{A}{2} + \frac{1}{2}b.AD.\sin\frac{A}{2}$$

Từ đó tính được AD.