TÀI LIỆU HỌC TẬP TUẦN 1 (6/9/2021 – 11/9/2021)

MÔN TOÁN

LỚP 12:

- **ĐẠI SỐ:**

Quy tắc tính đạo hàm

Đạo hàm của một số hàm số		Đạo hàm của tổng – hiệu – tích - thương
$(c)' = 0$ $(x)' = 1$ $(x^n)' = nx^{n-1}$ $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$ $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = \left(1+\tan^2 x\right)$ $(\cot x)' = \dfrac{-1}{\sin^2 x} = -\left(1+\cot^2 x\right)$	$(u+v-w)' = u'+v'-w'$ $(ku)' = k.u' \quad (k = const)$ $(uv)' = u'v+uv'$ $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$ $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = \dfrac{-v'}{v^2}$

Đạo hàm của hàm hợp

Nếu hàm số $u = g(x)$ có đạo hàm tại x là u'_x và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm tại u là y'_u thì hàm hợp $y = f\left(g(x)\right)$ có đạo hàm tại x là:

$$y'_x = u'_x . y'_u$$

Đạo hàm của hàm số hợp	
$(u^n)' = nu^{n-1}.u'$ $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$ $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(\sin u)' = u'\cos u$ $(\cos u)' = -u'\sin u$ $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = \dfrac{-u'}{\sin^2 u}$

Ý nghĩa hình học của đạo hàm

Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số đó tại điểm $M\left(x_0; f(x_0)\right)$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M\left(x_0; f(x_0)\right)$:

$$\boxed{y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)}$$

Trong đó:

- $y_0 = f(x_0)$.
- $f'(x_0)$ là hệ số góc của tiếp tuyến .

Lưu ý:

- Điểm M là giao điểm của (C) và trục hoành $(Ox): y = 0 \Rightarrow y_M = 0$.
- Điểm M là giao điểm của (C) và trục tung $(Oy): x = 0 \Rightarrow x_M = 0$.

- Điểm M là giao điểm của $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ thì tọa độ M được tìm bằng cách lập phương trình hoành độ giao điểm của $\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$.

  Nếu tiếp tuyến $\left(d\right): y - y_0 = f'\left(x_0\right)\left(x - x_0\right)$
- Song song với $\left(\Delta\right): y = k_\Delta x + b \Rightarrow f'\left(x_0\right) = k_\Delta$.
- Vuông góc với $\left(\Delta\right): y = k_\Delta x + b \Rightarrow f'\left(x_0\right).k_\Delta = -1$.

➤ **HÌNH HỌC:**

Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Nếu d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong $\left(\alpha\right)$ thì d vuông góc với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$.

$$d \perp \left(\alpha\right) \Leftrightarrow \begin{cases} d \perp a \\ d \perp b \\ trong\left(\alpha\right): a \cap b \end{cases}$$

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

- Nếu $d \perp \left(P\right)$ thì $\widehat{\left(d,\left(P\right)\right)} = 90°$.
- Nếu $d \not\perp \left(P\right)$ thì $\widehat{\left(d,\left(P\right)\right)} = \widehat{\left(d,d'\right)}$ với d' là hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$.

  Chú ý: $0° \le \widehat{\left(d,\left(P\right)\right)} \le 90°$

Góc giữa hai mặt phẳng

Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

$$\begin{cases} m \perp \left(\alpha\right) \\ n \perp \left(\beta\right) \end{cases} \Rightarrow \widehat{\left[\left(\alpha\right),\left(\beta\right)\right]} = \widehat{\left(m,n\right)}$$

Cách xác định góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau:

Góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau là góc giữa hai đường thẳng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến của hai mặt.

$$\begin{cases} \left(\alpha\right) \cap \left(\beta\right) = c \\ a \perp c,\ a \subset \left(\alpha\right) \\ b \perp c,\ b \subset \left(\beta\right) \end{cases} \Rightarrow \widehat{\left[\left(\alpha\right),\left(\beta\right)\right]} = \widehat{\left(a,b\right)}$$

Hai mặt phẳng vuông góc :Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng là góc vuông.

Cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc nhau: $\begin{cases} a \perp \left(\beta\right) \\ a \subset \left(\alpha\right) \end{cases} \Rightarrow \left(\alpha\right) \perp \left(\beta\right)$

LỚP 11:

ĐẠI SỐ:

1. Công thức cộng

- $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$
- $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$
- $\tan(a \pm b) = \dfrac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$

2. Công thức nhân đôi

- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
- $\sin 2a = 2\sin a \cos a$
- $\tan 2a = \dfrac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$

3. Công thức hạ bậc

- $\sin^2 a = \dfrac{1 - \cos 2a}{2}$
- $\cos^2 a = \dfrac{1 + \cos 2a}{2}$

4. Công thức nhân ba

- $\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$
- $\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$

5. Công thức biểu diễn $\sin a$, $\cos a$, $\tan a$ theo $t = \tan\dfrac{a}{2}$ $(a \neq \pi + k2\pi)$

- $\sin a = \dfrac{2t}{1+t^2}$
- $\cos a = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$
- $\tan a = \dfrac{2t}{1-t^2}$

Đặc biệt:

- $\sin^4 a + \cos^4 a = 1 - 2\sin^2 a.\cos^2 a$
- $\sin^6 a + \cos^6 a = 1 - 3\sin^2 a \cos^2 a$
- $\sin a + \cos a = \sqrt{2}.\sin\left(a + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}.\cos\left(a - \dfrac{\pi}{4}\right)$
- $\sin a - \cos a = \sqrt{2}\sin\left(a - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\cos\left(a + \dfrac{\pi}{4}\right)$

HÌNH HỌC:

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến

- Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (vtcp) của đường thẳng Δ nếu $\vec{u}$ có giá cùng phương với Δ.
- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ pháp tuyến (vtpt) của đường thẳng Δ nếu $\vec{n}$ có giá vuông góc với Δ.

Nhận xét:

- Một đường thẳng xác định khi và chỉ khi ta biết được một điểm mà nó đi qua và một vtcp (hay vtpt) của nó.
- $\vec{u} = (a;b)$ là vtcp của đường thẳng $\Delta \Leftrightarrow \vec{n} = (-b;a)$ là vtpt của Δ.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (a;b) \neq \vec{0}$ làm vtcp.

Phương trình tham số (PTTS) của Δ là:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

3. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Cho phương trình tham số của Δ: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$

Nếu $a, b \neq 0$ thì phương trình $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b}$ được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

4. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (a; b) \neq \vec{0}$ làm vtpt.

Phương trình tổng quát (PTTQ) của Δ là:

$$(\Delta): a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

Hay $\qquad (\Delta): ax + by + c = 0 \qquad (c = -ax_0 - by_0)$

Một số dạng đặc biệt của đường thẳng:

- Đường thẳng $by + c = 0$ là đường thẳng song song hoặc trùng trục Ox.
- Đường thẳng $ax + c = 0$ là đường thẳng song song hoặc trùng trục Oy.
- Đường thẳng $ax + by = 0$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

5. Phương trình đường thẳng theo đoạn chắn

Nếu đường thẳng Δ cắt Ox và Oy lần lượt tại $A(a; 0)$ và $B(0; b)$, với $a, b \neq 0$ thì:

$$(\Delta): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Phương trình này được gọi là phương trình đường thẳng Δ theo đoạn chắn.

6. Phương trình đường thẳng theo hệ số góc

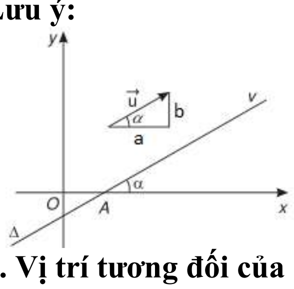
Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (a; b) \neq \vec{0}$ làm vtcp.

Với $a \neq 0$ thì Δ có hệ số góc $k = \dfrac{b}{a}$.

Phương trình đường thẳng $(\Delta): y - y_0 = k(x - x_0)$

Hay $\qquad (\Delta): y = kx + m$

Lưu ý:



Gọi A là giao điểm của Δ với Ox, Av là tia của Δ nằm bên trên trục hoành và α là góc hợp bởi tia Ax và Av thì hệ số góc của đường thẳng Δ là:

$$k = \tan\alpha$$

7. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Với $a_2, b_2, c_2 \neq 0$ ta có:

- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$.
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$.

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

Lưu ý:

- Nếu $\Delta // d : ax + by + c = 0$ thì Δ có dạng: $ax + by + c' = 0$ $\left(c \neq c'\right)$.
- Nếu $\Delta \perp d : ax + by + c = 0$ thì Δ có dạng: $bx - ay + c' = 0$ hay $-bx + ay + c' = 0$.
- Hai đường thẳng song song thì hai vtcp và vtpt tương ứng của hai đường thẳng cùng phương với nhau.
- Hai đường thẳng vuông góc thì hai vtcp và vtpt tương ứng của hai đường thẳng vuông góc với nhau.

LỚP 10:

➢ ĐẠI SỐ:

1. Định nghĩa

Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc một câu khẳng định sai (không có mệnh đề vừa đúng vừa sai hoặc không đúng cũng không sai).

Kí hiệu: $A, B, C, ..., P, Q, R, ...$

2. Mệnh đề phủ định

Phủ định của mệnh đề P, kí hiệu $\overline{P}$, đọc là "không P".

Nếu P đúng thì $\overline{P}$ sai, nếu P sai thì $\overline{P}$ đúng.

3. Mệnh đề kéo theo

Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo, kí hiệu: $P \Rightarrow Q$.

Mệnh đề này chỉ sai khi P đúng và Q sai (các trường hợp còn lại đều đúng).

4. Mệnh đề đảo

Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

Chú ý: Nếu $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng thì chưa chắc mệnh đề đảo của nó cũng đúng.

5. Mệnh đề tương đương

Mệnh đề "P khi và chỉ khi Q" được gọi là mệnh đề tương đương, kí hiệu: $P \Leftrightarrow Q$.

Mệnh đề này đúng khi cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng.

6. Mệnh đề chứa biến

Mệnh đề $P(x)$ mà tính đúng – sai của nó tùy thuộc vào giá trị cụ thể của x trong một tập hợp X nào đó được gọi là mệnh đề chứa biến.

Nếu $P(x)$ là mệnh đề chứa biến $x \in X$ thì:

- Mệnh đề "Với mọi x thuộc X, $P(x)$ đúng" được kí hiệu là: "$\forall x \in X, P(x)$".
- Mệnh đề "Tồn tại x thuộc X, $P(x)$ đúng" được kí hiệu là: "$\exists x \in X, P(x)$".

Phủ định của mệnh đề chứa kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$:

- Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\exists x \in X, \overline{P(x)}$".
- Phủ định của mệnh đề "$\exists x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\forall x \in X, \overline{P(x)}$".

➢ HÌNH HỌC:

1. Vectơ

Vectơ là đoạn thẳng có hướng, trên đó có định rõ điểm đầu và điểm cuối. Vectơ có điểm đầu là A, điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$. Vectơ này có:

Giá (xác định phương) là đường thẳng AB.

Hướng (chiều) từ A đến B.

Độ dài là độ dài của đoạn thẳng AB, kí hiệu $\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB$.

2. Vectơ tự do

Vectơ tự do là vectơ có phương, hướng và độ dài xác định; nhưng không xác định điểm đầu và cuối. Vectơ tự do thường được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \ldots$

3. Vectơ cùng phương

Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
Hai vectơ cùng phương thì có thể cùng hướng hoặc ngược hướng.
Hai vectơ cùng hướng (hay ngược hướng) thì luôn cùng phương.

4. Vectơ không

Vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau được gọi là vectơ không, kí hiệu là $\vec{0}$. $\left(\overrightarrow{AA} = \vec{0}\right)$.

Nhận xét:

Vectơ $\vec{0}$ có độ dài bằng 0, có giá và hướng tùy ý.

Ta quy ước $\vec{0}$ cùng phương với mọi vectơ.

5. Vectơ bằng nhau

Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài, kí hiệu: $\vec{a} = \vec{b}$.

6. Vectơ đối nhau

Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là đối nhau nếu chúng có ngược hướng và cùng độ dài, kí hiệu: $\vec{a} = \vec{b}$.

Lưu ý:

Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ hay $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.