

§6. MỘT SỐ BẤT PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI

1. Bất phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

$$\begin{aligned}
 & \bullet \quad |A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A > B \\ A < -B \end{cases} & \bullet \quad |A| < B \Leftrightarrow \begin{cases} A > -B \\ A < B \end{cases} \Leftrightarrow -B < A < B \\
 & \text{hay } |A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} B < 0 \\ B \geq 0 \\ A^2 > B^2 \end{cases} & \text{hay } |A| < B \Leftrightarrow \begin{cases} B > 0 \\ A^2 < B^2 \end{cases} \\
 & \bullet \quad |A| > |B| \Leftrightarrow A^2 > B^2 \Leftrightarrow (A-B)(A+B) > 0
 \end{aligned}$$

2. Bất phương trình chứa căn bậc hai

$$\begin{aligned}
 & \bullet \quad \sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases} & \bullet \quad \sqrt{A} < B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \\ A < B^2 \end{cases} & \bullet \quad \sqrt{A} > B \Leftrightarrow \begin{cases} B < 0 \\ A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Bài tập

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

- 1) $|x^2 - x| \leq |x^2 - 1|$
- 2) $|-x^2 + x - 1| \leq |2x + 5|$
- 3) $|x^2 - 5x + 4| - x < 4$
- 4) $|x^2 + 2x - 4| + 2x + 6 \leq 0$
- 5) $|x^2 - 5x + 4| \leq x^2 + 6x + 5$
- 6) $|x^2 + 3x - 4| - x + 8 < 0$
- 7) $|2x + 1| > 4x^2 + 4x - 5$
- 8) $|x^2 - 5x + 4| - x - 4^3 \leq 0$
- 9) $|x - 1| \leq x^2 - 1$
- 10) $\left| \frac{3x + 4}{x - 2} \right| \leq 3$
- 11) $\left| \frac{2x - 3}{x - 3} \right|^3 \leq 1$
- 12) $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| > 1$
- 13) $|x^2 - 3x + 2| > 2x - x^2$
- 14) $\left| \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 4x} \right| \leq 1$
- 15) $\left| \frac{2 - 3|x|}{1 + x} \right| \leq 1$
- 16) $||x + 1| - 4| < 1$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

- 1) $|x - 1| + |2x - 3| > 4$
- 2) $|x| - |2x - 5| + 3 \leq 0$
- 3) $\frac{x^2 - 1 + |x + 1|}{|x|(x - 2)} \leq 2$
- 4) $\frac{|x - 2|}{x^2 - 5x + 6} \geq 3$
- 5) $\frac{|x + 2| - x}{x} \geq 0$
- 6) $\frac{x^2 - 3x + 5}{|3x^2 + 3x - 2| - 2x - 4} \leq 0$
- 7) $\frac{|x^2 - 4x| + 3}{x^2 + |x - 5|} \geq 1$
- 8) $\frac{9}{|x - 5| - 3} \geq |x - 2|$

Bài 3. Giải các bất phương trình sau:

$$1) \sqrt{x^2 + x - 6} < \sqrt{x - 6}$$

$$3) \sqrt{x^2 - 4} > \sqrt{1 - 4x}$$

$$5) \sqrt{x^2 + x - 11} < \sqrt{-8 - x}$$

$$7) \sqrt{(x + 2)(x - 5)} - \sqrt{(x + 1)(x - 2)} < 0$$

$$9) \sqrt{x^2 - 5x + 4} - \sqrt{x + 4} > 0$$

$$11) \sqrt{x^2 - 3x + 2} < \sqrt{2 - x}$$

$$13) \sqrt{(x^2 - 4)(x + 1)} - \sqrt{(x + 1)(x - 4)} < 0$$

$$15) \sqrt{x^2 - 5x + 4} - \sqrt{x + 4} \notin 0$$

$$2) \sqrt{x^2 + 2x - 3} \notin \sqrt{x - 3}$$

$$4) \sqrt{x^2 - 5x - 14} \neq \sqrt{2x - 20}$$

$$6) \sqrt{x^2 - 7x - 8} < \sqrt{x^2 + x - 6}$$

$$8) \sqrt{(x - 2)(x + 4)} - \sqrt{x^2 - 4} \neq 0$$

$$10) \sqrt{2x^2 - 4x + 2} - \sqrt{x^2 + 2x - 3} > 0$$

$$12) \sqrt{x^2 - 6x + 5} < \sqrt{x^2 + 5x - 6}$$

$$14) \sqrt{x^2 + 3x - 4} - \sqrt{x^2 - 4} \neq 0$$

$$16) \sqrt{2x^2 - 4x + 2} - \sqrt{x^2 + 2x - 3} \notin 0$$